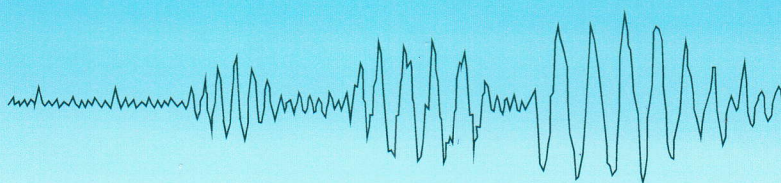
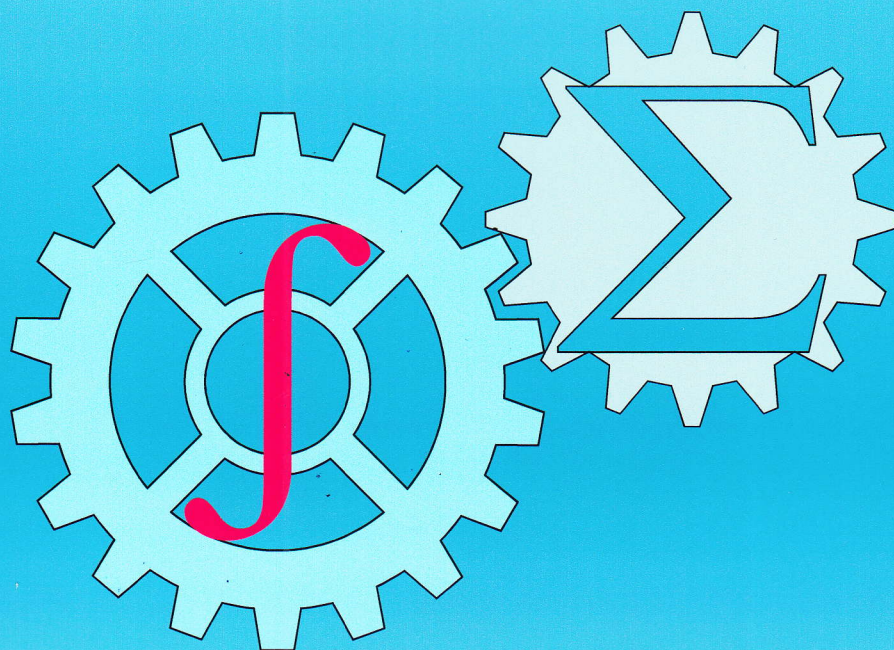


МЕХАНИКА МУАММОЛАРИ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ PROBLEMS OF MECHANICS



2024
Volume 33
No: 3

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI FANLAR AKADEMIYASI
АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

МЕХАНИКА
МУАММОЛАРИ

O‘ZBEKISTON
JURNALI

3
2024

УЗБЕКСКИЙ
ЖУРНАЛ

ПРОБЛЕМЫ
МЕХАНИКИ

Журнал под таким названием издается с января 1992 г.

Ташкент – 2024

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор – докт. физ.-мат. наук, проф. К.С. СУЛТАНОВ
Заместитель главного редактора – докт. физ.-мат. наук Р.А. АБИРОВ
Заместитель главного редактора – PhD Н.А. НИШОНОВ
Ответственный секретарь – PhD М.М. ХАМДАМОВ

Абдикаримов Р.А. д.ф.-м.н., проф. (Ташкент)	Мирсаидов М. д.т.н., проф., акад. АН РУз (Ташкент)
Абдусаттаров А. д.т.н., проф. (Ташкент)	Мухаммадиев Д.М. д.т.н., проф. (Ташкент)
Азимов Д. д.т.н., проф. (США)	Панахов Г.М. д.т.н., проф., член.-корр. НАНА (Баку)
Алдошин Н.В. д.т.н., проф. (Москва)	Паровик Р. д.ф.-м.н. (Петропавловск-Камчатский)
Алимухамедов Ш.П. д.т.н., проф. (Ташкент)	Ризаев А.А. д.т.н., проф. (Ташкент)
Ахмедов А.Б. д.ф.-м.н., проф. (Ташкент)	Сагдиев Х.С. к.т.н. (Ташкент)
Бахадиров Г.А. д.т.н., проф. (Ташкент)	Сирождидинов З. д.т.н., проф. (Самарканд)
Быковцев А.С. д.ф.-м.н., проф. (США)	Старовойтов Э.И. д.ф.-м.н. (Гомель, Беларусь)
Ватин Н.И. д.т.н., проф. (Санкт-Петербург)	Тохилов Ш.М. к.ф.-м.н. (США)
Дусматов О.М. д.ф.-м.н., проф. (Самарканд)	Тухтакузиев А.Т. д.т.н., проф. (Ташкент)
Зубарев А.Ю. д.ф.-м.н., проф. (Екатеринбург)	Юлдашев Ш.С. д.т.н., проф. (Наманган)
Исмоилова С.И. д.т.н., проф. (Ташкент)	Худайкулиев Р.Р. к.т.н. (Ташкент)
Казанцев С.П. д.т.н., проф. (Москва)	Хужаев И.К. д.т.н., проф. (Ташкент)
Кузнецов С.В. д.ф.-м.н., проф. (Москва)	Хужаёров Б.Х. д.ф.-м.н., проф. (Самарканд)
Маликов З.М. д.т.н., проф. (Ташкент)	Хусанов Б.Э. д.т.н. (Ташкент)
Мамасаидов М.Т. д.т.н., проф., акад. НАН КР (Ош)	Шардаков И.Н. д.ф.-м.н., проф. (Пермь)
Мардонов Б.М. д.ф.-м.н., проф. (Ташкент)	Эргашов М. д.т.н., проф. (Ташкент)
Матвеев В.П. д.т.н., проф., акад. РАН (Пермь)	Ювмитов А.С. PhD (Ташкент)

Адрес редакции:

100125, Ташкент, Академгородок, Дурмон йули, 33.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз

Телефон: +99871 262-78-34

Факс: +99871 262-71-52

E-mail: instmechofficial@gmail.com

Технический редактор: Михайлова В.В.

Журнал зарегистрирован Агентством по печати и информации Республики Узбекистан 22.12.2006 г.
Регистрационный номер 0050.

Номер одобрен на заседании редакционной коллегии журнала 19.09.2024

Сдано в набор 23.09.2024. Подписано в печать 30.09.2024.

Формат 60×84 ¹/₈. Гарнитура Times New Roman. Ризография.

Усл.- печ. л. 6.5. Уч.-изд. л. 6.82. Тираж 130. Заказ №723.

Цена договорная.

Отпечатано в Минитипографии АН РУз:
100047, г. Ташкент, ул. акад. Я. Гулямова, 70.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ГРУНТОВЫХ ПЛОТИН С УЧЕТОМ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ГРУНТА ПРИ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Султанов К.С., Умархонов С.И.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т.Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан

E-mail: umarkhonov@gmail.com

Аннотация: Статья посвящена нестационарным динамическим задачам исследования напряженно-деформированного состояния грунтовых плотин при сейсмических воздействиях. Усовершенствованы метод решения волновых задач по определению динамического состояния грунтовых плотин. Разработаны алгоритм решения задач и расчетные формулы на основе использования метода конечных разностей. На примере Ахангаранской плотины численно решена задача о напряженном состоянии грунтовой плотины при воздействии сейсмических нагрузок. Определено изменение смещений, деформации, скорости частиц и напряжения в характерных точках грунтовой плотины по времени.

Ключевые слова: сейсмические воздействия, грунтовая плотина, напряженное состояние, деформация, динамическое поведение, численное решение, метод конечных разностей.

Введение. В мире самыми распространенными плотинами являются грунтовые плотины. Известно, что грунтовые плотины строятся из местных материалов (местного грунта). Поэтому определить НДС грунтовой плотины весьма сложно, а решить эти задачи практически невозможно. В настоящее время для решения таких сложных задач существуют некоторые численные методы. Деформирование грунтовой плотины описывается некоторыми дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения решаются с учетом начальных и граничных условий с использованием численных методов. Учет влияния всех внешних и внутренних факторов при решении динамических задач о напряженном состоянии грунтовой плотины - одна из важнейших задач, стоящих перед учеными в области механики деформируемого твердого тела. До настоящего времени некоторые ученые исследовали напряженное состояние грунтовой плотины с учетом допущений о том, что материал плотины неразрывный и деформирование материала грунтовой плотины считается упругим, подчиненным закону Гука или упруго-пластичным с применением модели деформирования.

Износ и разрушение плотин и других сооружений представляют серьезную угрозу для населения и объектов, расположенных в развитых районах ниже по течению от плотин и рек. Надежность и безопасность плотин зависит от многих факторов, возникающих при их строительстве и эксплуатации. Прочность и безопасность плотин зависит от напряженно-деформированного состояния, вызванного различными воздействиями на тело плотины. Определение изменений НДС тела плотины позволяет получить полную информацию о прочности и надежности плотины. Задачи определения динамического состояния и прочности грунтовых плотин решались с использованием численных методов [1-7]. При обеспечении прочности плотины и изучении ее напряженно-деформированного состояния возникает ряд вопросов, связанных с её реальной геометрией, неоднородностью тела плотины и конструктивной структуры, определением реальных физико-механических свойств грунта [8]. Надежное определение НДС плотин зависит от методов оценки их технического состояния, используемых математических моделей, уравнений состояния грунтов и методов их решения.

Данная статья посвящена напряженно-деформированному состоянию Ахангаранской грунтовой плотины с учетом упруго-пластического деформирования грунта при сейсмическом воздействии. В качестве модели упруго-пластического деформирования применена модель С.С. Григоряна. Задача решена с помощью численного метода - метода конечных разностей.

Постановка задачи. Задача рассматривается в плоско-деформированном состоянии, т.е. длина плотины намного больше, чем размеры поперечного сечения.

Сейсмические воздействия действуют на основание плотины.

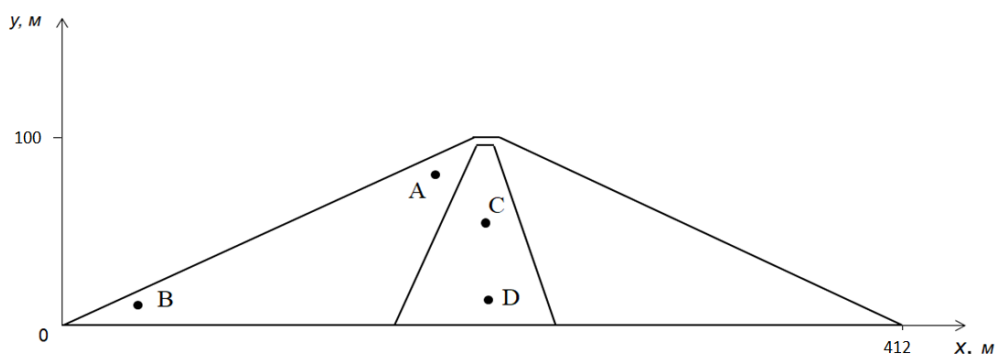


Рис.1. Поперечное сечение грунтовой плотины

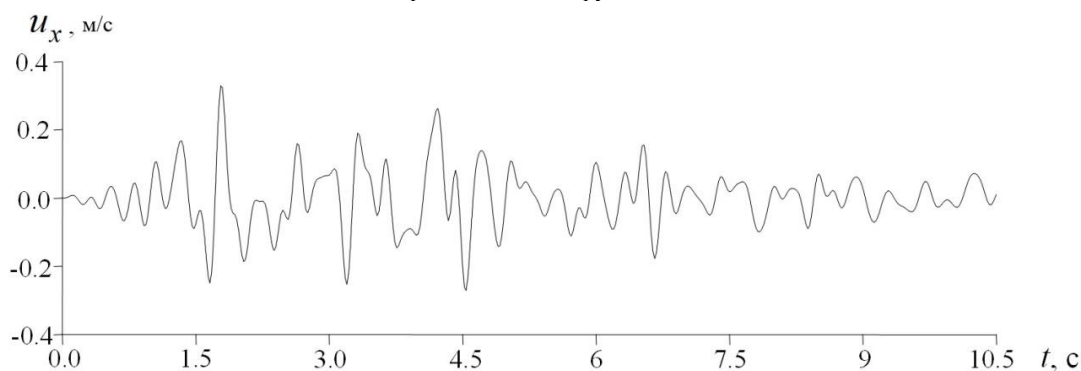


Рис.2. Велосиграммы сейсмического воздействия

Уравнение движения грунтовой плотины имеют следующий вид:

$$\rho \frac{dv_x}{dt} = \frac{\partial S_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}, \quad \rho \frac{dv_y}{dt} = \frac{\partial S_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} - \rho g. \quad (1)$$

S_{xx} , S_{yy} , τ_{xy} – компоненты напряжения девиатора; P – давление; v_x , v_y – скорости частиц в направлениях x и y ; ρ – плотность среды;

Геометрические размеры Ахангаранской грунтовой плотины: высота – 100 м, ширина вверху – 10 м, ширина внизу – 410 м, ширина центрального ядра – 70 и 8 м. Физико-механические параметры Ахангаранской грунтовой плотины приняты следующими:

для откоса: плотность – 1980 кг/м³, модуль упругости – $E_{\text{плотина}}=60$ МПа, коэффициент Пуассона – $\nu_{\text{плотина}}=0.3$, индикаторы прочности откоса (сцепление, коэффициент трения, предельное значение прочности сдвига) – $Y_0=\mu/800$, $\mu=0.4$, $Y_{\text{плотина}}=20 \cdot Y_0$;

для ядра: плотность – 1760 кг/м³; модуль упругости – $E_{\text{ядро}}=30$ МПа; коэффициент Пуассона – $\nu_{\text{ядро}}=0.3$; индикаторы прочности откоса (сцепление, коэффициент трения, предельное значение прочности сдвига) – $Y_0=\mu/1000$, $\mu=0.3$, $Y_{\text{ядро}}=20 \cdot Y_0$.

Метод решения. В данной работе рассмотрены численные решения задач разностным методом с использованием схемы, предложенной М.Уилкинсом [9] для четырехугольной сетки. В нестационарных задачах одна независимая переменная – время t – имеет особое значение. Еще одним важным преимуществом схемы Уилкинса является то, что частные производные функции $v_x(v_y, \sigma_{ij}, \varepsilon_{ij})$ определяются из интегральных соотношений [9]:

$$\frac{\partial v_x(x, y)}{\partial x} = \lim_{A \rightarrow 0} \frac{\int_C v_x(x, y) \cdot (\vec{n} \cdot \vec{i}) ds}{\iint_A dx dy}, \quad \frac{\partial v_x(x, y)}{\partial y} = \lim_{A \rightarrow 0} \frac{\int_C v_x(x, y) \cdot (\vec{n} \cdot \vec{j}) ds}{\iint_A dx dy}. \quad (2)$$

где A – площадь четырехугольной сетки; s – граница площади A ; S – длина дуги; $\vec{n}$ – вектор нормали; $\vec{t}$ – вектор касательной; $\vec{i}, \vec{j}$ – направляющие единичные векторы x, y :

$$\vec{n} = \vec{i} \frac{dx}{dn} + \vec{j} \frac{dy}{dn} = \vec{i} \frac{dy}{ds} - \vec{j} \frac{dx}{ds}.$$

Применяя эти формулы к четырехугольнику для функции F :

$$\int F(\vec{n} \cdot \vec{i}) ds = \int (F dy / ds) ds = F_{23}(y_3 - y_2) + F_{34}(y_4 - y_3) + F_{12}(y_2 - y_1) \quad (3)$$

где $F_{ij} = (F_i + F_j) / 2$, $(i, j = 1, 2, 3, 4)$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{(F_2 - F_4)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_4)(F_3 - F_1)}{2A} \quad (4)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = -\frac{(F_2 - F_4)(x_3 - x_1) - (x_2 - x_4)(F_3 - F_1)}{2A} \quad (5)$$

Соответствующие конечно-разностные уравнения примут вид [9]:

$$\begin{aligned} \int_C F(\vec{n} \cdot \vec{i}) ds &= -[F_I(y_2 - y_3) + F_{II}(y_3 - y_4) + F_{III}(y_4 - y_1) + F_{IV}(y_1 - y_2)], \\ \int_C F(\vec{n} \cdot \vec{j}) ds &= [F_I(x_2 - x_3) + F_{II}(x_3 - x_4) + F_{III}(x_4 - x_1) + F_{IV}(x_1 - x_2)]. \end{aligned} \quad (6)$$

Разностные соотношения по времени определяются центральным разностным уравнением

$$\frac{v_x^{n+1/2} - v_x^{n-1/2}}{\Delta t^n} = \left(\frac{dv_x}{dt} \right)^n, \quad x^{n+1} = x^n + v_x^{n+1/2} \cdot \Delta t^{n+1/2}, \quad (8)$$

Значения скоростей (v_x и v_y) вычисляются при приращении времени на полшага, а значения координат (x и y) – при изменении времени на полный шаг, что приводит ко второму порядку точности аппроксимации [9].

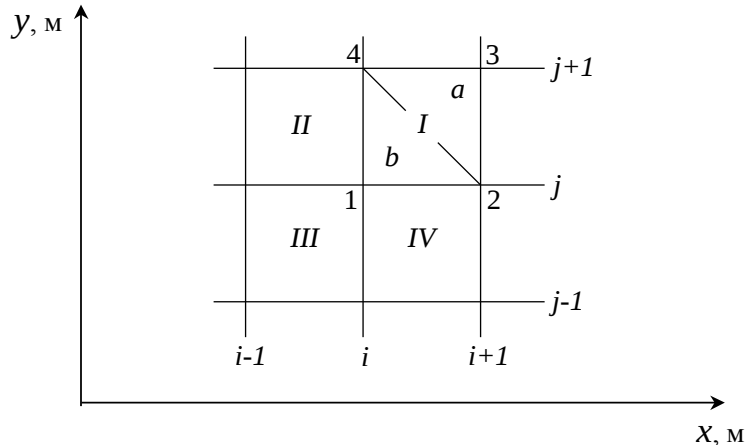


Рис.3. Четырехугольные сетки

Пусть в области Ω , занятой средой, построены четырехугольные лагранжевые сетки $i-j$, которые движутся вместе со средой (рис.3). Центры и вершины четырехугольников показаны на рис.3. Вводим следующие обозначения:

$$I = i+1/2, j+1/2; \quad II = i-1/2, j+1/2; \quad III = i-1/2, j-1/2; \quad IV = i+1/2, j-1/2;$$

$$1 = i, j; \quad 2 = i+1, j; \quad 3 = i+1, j+1; \quad 4 = i, j+1.$$

Плоская масса, соответствующая каждому четырехугольнику в начальный момент, определяется путем умножения начальной плотности на площадь тела.

$$M_I = \left(\frac{\rho_0}{V_0} \right)_I (A_a^0 + A_b^0), \quad (9)$$

где A_a, A_b – площади треугольников a и b :

$$\begin{aligned} (A_a)_I^n &= [x_2^n(y_3^n - y_4^n) + x_3^n(y_4^n - y_2^n) + x_4^n(y_2^n - y_3^n)]/2, \\ (A_b)_I^n &= [x_2^n(y_4^n - y_1^n) + x_4^n(y_1^n - y_2^n) + x_1^n(y_2^n - y_4^n)]/2, \end{aligned} \quad (10)$$

$$A_I^n = (A_a)_I^n + (A_b)_I^n. \quad (11)$$

Из условия сохранения массы имеем [9]

$$V_I^n = \frac{\rho_0 A_I^n}{M_1}. \quad (12)$$

Аналогично вычисляются массы M_{II}, M_{III} и M_{IV} . Пусть в некоторый момент $t=t^n$ известны величины $v_x^{n-1/2}, v_y^{n-1/2}, x^n, y^n$ во всех узлах сетки и величины $\sigma_{xx}^n, \sigma_{yy}^n, \sigma_{zz}^n, \tau_{xy}^n, P^n, V^n$ в центрах четырехугольников, образующих сетку.

Получим формулы для определения этих величин внутри и на границе области Ω в момент времени $t=t^{n+1}=t+\Delta t^n$, где Δt^n – шаг по времени. Запишем уравнения движения (1) с помощью (6), которые центрируются в точке i, j (см.рис.3):

$$\begin{aligned} (v_x)_{i,j}^{n+1/2} &= (v_x)_{i,j}^{n-1/2} - \Delta t^n (\phi(\sigma_{xx}, y)_{i,j}^n - \phi(\tau_{xy}, x)_{i,j}^n), \\ (v_y)_{i,j}^{n+1/2} &= (v_y)_{i,j}^{n-1/2} + \Delta t^n (\phi(\sigma_{yy}, y)_{i,j}^n - \phi(\tau_{xy}, x)_{i,j}^n), \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} \phi(\sigma_x, x)_{i,j}^n &= \left[\sigma_I^n (x_{i+1,j}^n - x_{i,j+1}^n) + \sigma_{II}^n (x_{i,j+1}^n - x_{i-1,j}^n) + \right. \\ &\quad \left. + \sigma_{III}^n (x_{i-1,j}^n - x_{i,j-1}^n) + \sigma_{IV}^n (x_{i,j-1}^n - x_{i+1,j}^n) \right] / (2\Psi_{i,j}^n), \\ \Psi_{i,j}^n &= [(\rho_0 A^n / V^n)_I + (\rho_0 A^n / V^n)_{II} + (\rho_0 A^n / V^n)_{III} + (\rho_0 A^n / V^n)_{IV}] / 4. \end{aligned} \quad (14)$$

После нахождения всех величин $v_x^{n+1/2}, v_y^{n+1/2}$ определяем новое положение координат:

$$x_{i,j}^{n+1} = x_{i,j}^{n-1} + (v_x^{n+1/2})_{i,j} \cdot \Delta t^{n+1/2}, \quad y_{i,j}^{n+1} = y_{i,j}^{n-1} + (v_y^{n+1/2})_{i,j} \cdot \Delta t^{n+1/2}. \quad (15)$$

С применением конечно-разностных уравнений (4), (5) запишем расчетные формулы для скоростей деформации в центре ячейки I (см.рис.3) [9]:

$$(\dot{\varepsilon}_{xx})_I^{n+1/2} = [\phi(v_x, y)]_I^{n+1/2}, \quad (\dot{\varepsilon}_{yy})_I^{n+1/2} = [\phi(v_y, x)]_I^{n+1/2}, \quad 2(\dot{\varepsilon}_{xy})_I^{n+1/2} = [\phi(v_y, y) - \phi(v_x, x)]_I^{n+1/2}. \quad (16)$$

где $\phi(v, x)_I^{n+1/2} = \frac{[(v_2 - v_4)(x_3 - x_1) - (x_2 - x_4)(v_3 - v_1)]_I^{n+1/2}}{2A_I^{n+1/2}},$

$$\begin{aligned} A_I^{n+1/2} &= \frac{(A_I^{n+1} + A_I^n)}{2}, \quad x^{n+1/2} = \frac{(x^{n+1} + x^n)}{2}, \quad y^{n+1/2} = \frac{(y^{n+1} + y^n)}{2}, \\ V_I^{n+1/2} &= \frac{(V_I^{n+1} + V_I^n)}{2}, \quad \left(\frac{\dot{V}}{V} \right)_I^{n+1/2} \cdot \Delta t^{n+1/2} = \left(\frac{\Delta V}{V} \right)_I^{n+1/2} = \frac{V_I^{n+1} - V_I^n}{V_I^{n+1/2}}. \end{aligned}$$

Величины $A_I^{n+1/2}$ и $V_I^{n+1/2}$ вычисляются по уравнениям (8)–(11). Приращения деформации находим с помощью формулы

$$(\Delta \varepsilon_{xx})_I^{n+1/2} = (\dot{\varepsilon}_{xx})_I^{n+1/2} \cdot \Delta t^{n+1/2}, \quad (\Delta \varepsilon_{yy})_I^{n+1/2} = (\dot{\varepsilon}_{yy})_I^{n+1/2} \cdot \Delta t^{n+1/2},$$

$$(\Delta \dot{\varepsilon}_{zz})_I^{n+1/2} = (\dot{\varepsilon}_{zz})_I^{n+1/2} \cdot \Delta t^{n+1/2}, \quad (\Delta \dot{\varepsilon}_{xy})_I^{n+1/2} = (\dot{\varepsilon}_{xy})_I^{n+1/2} \cdot \Delta t^{n+1/2}. \quad (17)$$

С помощью найденных приращений деформации (16) и значений скоростей (15), вычислим величины соответствующих компонент напряжений $(\sigma_{xx}^{n+1}, \sigma_{yy}^{n+1}, \sigma_{zz}^{n+1}, \tau_{xy}^{n+1})$ в центре ячейки I по конкретным принимаемым уравнениям состояния (2)-(4).

Полные напряжения определяются по следующим формулам:

$$(\sigma_{xx})_I^{n+1} = (S_{xx})_I^{n+1} - (P)_I^{n+1}, \quad (\sigma_{yy})_I^{n+1} = (S_{yy})_I^{n+1} - (P)_I^{n+1}, \quad (\sigma_{zz})_I^{n+1} = (S_{zz})_I^{n+1} - (P)_I^{n+1} \quad (18)$$

Для момента времени $t=t^{n+1}$ вычислены все необходимые параметры задачи: $v_x^{n+1/2}, v_y^{n+1/2}, x^{n+1}, y^{n+1}$ на узловых точках внутри сетки, $\sigma_{xx}^{n+1}, \sigma_{yy}^{n+1}, \sigma_{zz}^{n+1}, \tau_{xy}^{n+1}, \rho^{n+1}$ - в центрах сетки и можем продолжить проделанную процедуру (алгоритм) вычислений (18) – (25).

Численные результаты. Рассмотрим результаты расчетов. Результаты получены с помощью программы, основанной на методе конечных разностей, основанных на схеме Уилкинса. В основном, динамические задачи решены с учетом упруго-пластической деформации неоднородной грунтовой плотины под действием горизонтального сейсмического воздействия. Результаты представлены графически.

Численно получены горизонтальные, вертикальные деформации, смещения, изменения напряжений во времени, возникающие в характерных точках грунтовой плотины. На рис. 4–7 показано изменение горизонтальной и вертикальной скоростей частиц по времени в характерных точках грунтовой плотины (см.рис. 4–7 в точках А, В, С, D). При этом учитывается упруго-пластическая деформация грунта материала плотины. На всех графиках сплошная линия означает изменение горизонтальной скорости частиц, а пунктирная линия означает изменение вертикальной скорости частиц по времени.

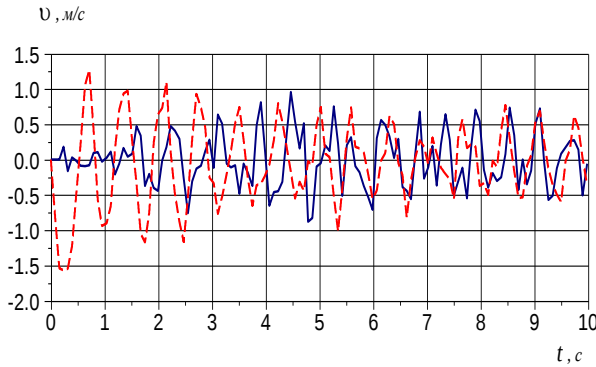


Рис.4. Изменение горизонтальных и вертикальных скоростей по времени в точке А

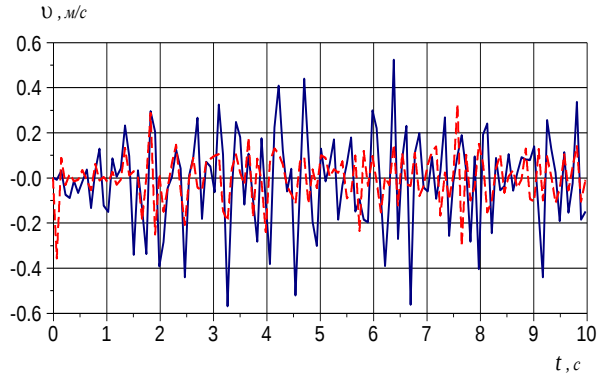


Рис.5. Изменение горизонтальных и вертикальных скоростей по времени в точке В

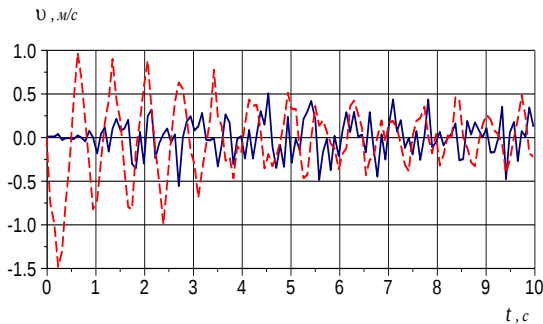


Рис.6. Изменение горизонтальных и вертикальных скоростей по времени в точке С

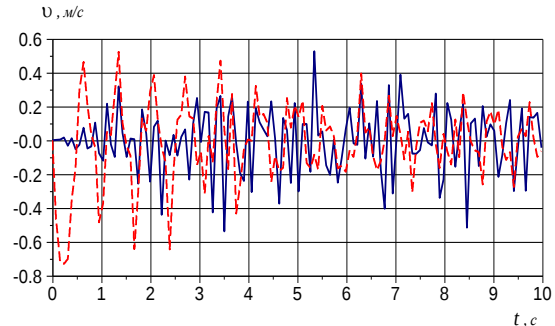


Рис.7. Изменение горизонтальных и вертикальных скоростей по времени в точке Д

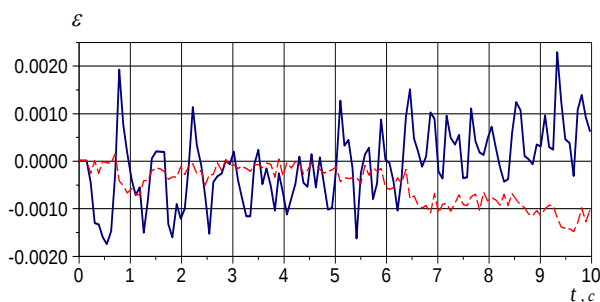


Рис.8. Изменение горизонтальных и вертикальных деформаций в точке А

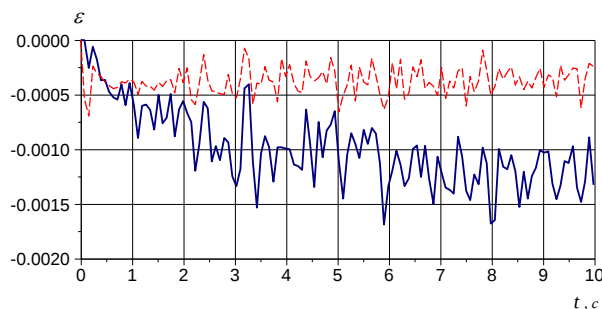


Рис.9. Изменение горизонтальных и вертикальных деформаций в точке В

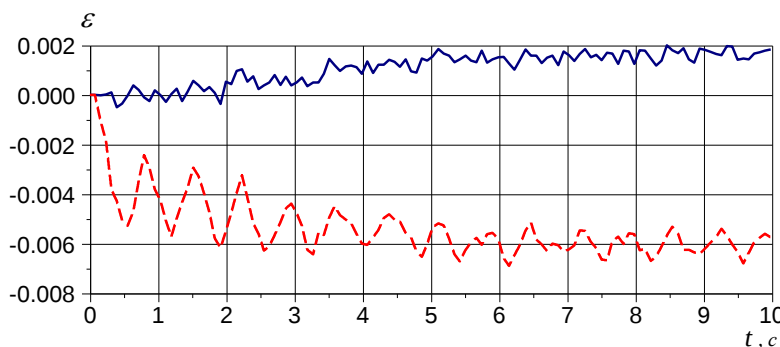


Рис.10. Изменение горизонтальных и вертикальных деформаций в точке С

Получены результаты решения динамической задачи для Ахангаранской грунтовой плотины при сейсмических воздействиях в характерных точках плотины А, В, С, Д (рис. 4 – 7). На этих рисунках сплошная линия означает результаты изменения горизонтальной скорости частиц по времени, а пунктирные линии - результаты изменения вертикальной скорости частиц по времени. На рисунке 4 показаны результаты изменения горизонтальных и вертикальных скоростей частиц по времени в точке А с учетом упругопластического деформирования грунта. Из этого графика видно, что значение горизонтальной скорости в 2 раза меньше, чем вертикальной. На рисунке 5 показано изменение горизонтальных и вертикальных скоростей частиц по времени в точке В с учетом упругопластического деформирования грунта. Здесь можно сказать, что значение горизонтальной скорости частиц в 2 раза больше, чем вертикальной. Изменение горизонтальной и вертикальной скоростей частиц в точке С по времени показано на рисунке 6. Здесь значение горизонтальной скорости частиц в 3 раза меньше, чем вертикальной. Изменение горизонтальной и вертикальной скоростей частиц в точке Д по времени показано на рисунке 7. Здесь значение горизонтальной скорости частиц в 1,4 раза меньше, чем вертикальной.

На рисунках 8-10 сплошная линия означает результаты изменения горизонтальной деформации по времени, а пунктирные линии - результаты изменения вертикальной деформации по времени в характерных точках плотины. Изменение горизонтальной и вертикальной деформации в точке С по времени показано на рисунке 10. Здесь значение вертикальной деформации частиц в 4 раза больше, чем горизонтальной.

Закключение. Получены численные результаты по определению напряженно-деформированного состояния грунтовых плотин под действием сейсмических сил с учетом веса грунта. Определено изменение деформаций и скорости частиц по времени в характерных точках Ахангаранской грунтовой плотины при сейсмических воздействиях с учетом упругопластической деформации грунта. Получены численные результаты изменения по времени напряжений, смещений и деформаций в характерных точках плотины.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] C.Li, Z.Song and S Liu, Journal of Vibration and Shock 42(17), 228-237 (2023).
- [2] H.Hu, G.Gan, L.Cui, T.Xia, L.Wang and X. Han, International Journal of Geomechanics 23(8), 7266 (2023).
- [3] F.Kalateh and M.Kheiry, Archives of Computational Methods in Engineering 31(1), 47–72 (2024).
- [4] K.Sultanov, S.Umarkhonov and Sh.Normatov, “Calculation of earth dam strain under seismic impacts,” in *International Conference on Actual Problems of Applied Mechanics - APAM-2021*, AIP Conference Proceedings 2637, edited by Bakhtiyor Khuzhayorov (AIP Publishing, Melville, New York, 2022), 030008.
- [5] K.S.Sultanov, B.E.Khusanov, P.V.Loginov, Sh.I.Normatov. Method for Assessing the Reliability of Earth Dams in Irrigation Systems,” Construction of Unique Buildings and Structures 89, 8901 (2020). doi:10.18720/CUBS.89.1.
- [6] M.Mirsaidov, T.Sultanov, J.Yarashov, & Z.Urazmukhammedova (2020). Estimation of the earth dam strength with inelastic soil properties. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 883(1). <https://doi.org/10.1088/1757-899X/883/1/012021>.
- [7] M.Mirsaidov, T.Sultanov, J.Yarashov & A.Kayumov (2023). Strength of earth dams considering the elastic-plastic properties of soils. E3S Web of Conferences, 365. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202336503001>.
- [8] P.V.Loginov, Z.R.Salikhova and K S.Sultanov, Mechanics of Solids 54(6), 915–928 (2019).
- [9] M.L.Wilkins. Computer Simulation of Dynamic Phenomena (Springer, Berlin, 2010), pp. 212-263.

Дата поступления
11.07.2024

Султанов К.С., Умархонов С.И. Сейсмик кучлар таъсирида грунтли тўгонларнинг эластик-пластик хусусиятларини ҳисобга олган ҳолда сонли таҳлили.

Аннотация. Мақолада сейсмик кучлар таъсирида грунтли тўгонларнинг кучланиш ҳолатини ўрганишнинг стационар бўлмаган динамик масалани ечими келтирилган. Грунтли тўгонларнинг динамик ҳолатини аниқлаш учун тўлқин масалаларини ечиш усули такомиллаштирилди. Чекли айирмалар усулидан фойдаланиш асосида ҳисоблаш формулалари ва масалани ечиш алгоритми ишлаб чиқилган. Охангарон тўғони мисолида сейсмик кучлар таъсирида грунтли тўгоннинг кучланиш ҳолати ҳақидаги масалани сонли ечилган. Вақт ўтиши билан тунроқ тўғонининг характерли нуқталарида тезлик, деформация ва кўчишнинг ўзгариши аниқланди.

Sultanov K.S., Umarkhonov S.I. Numerical analysis of earth dams taking into account the elastic-plastic properties of the soil under seismic influences.

Abstract. The article is devoted to non-stationary dynamic problems of studying the stress-strain state of earth dams under seismic influences. The method of solving wave problems for determining the dynamic state of earth dams was improved. An algorithm for solving the problem of calculation formulas based on the use of the finite difference method was developed. Using the example of the Akhangaran dam, the problem of the stress-strain state of an earth dam under the influence of seismic loads was numerically solved. The change in particle velocity, stress, strain, and displacement at characteristic points of an earth dam over time was determined.

УДК 539.3

ЗАДАЧИ ОБ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ПЛАСТИНЧАТЫХ СООРУЖЕНИЙ С БАЛОЧНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Усаров М.К., Усанов Ф.А., Шамсиев Д.К.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений им.М.Т.Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан.
E-mail: umakhamatali@mail.ru

Аннотация: Статья посвящена постановке и разработке метода решения задачи колебаний пластинчатого сооружения с усиливающими балочными элементами на краях, находящегося под действием динамического воздействия, приложенного на его основание. Приводятся основные соотношения и уравнения движения пластин и балочных элементов в рамках теории Тимошенко, построенные относительно сил и моментов. В качестве расчета рассмотрены изгибные колебания сооружения вблизи резонансного состояния.

Ключевые слова: Пластинчатое сооружение, балочные элементы, динамическое воздействие, теория Тимошенко, уравнение движения, граничные условия, контактные условия, численный метод, собственная частота.

Введение. Разработка динамических пространственных моделей зданий и сооружений, деформирование которых носит пространственный характер, является одной из самых сложных актуальных задач механики деформируемого тела и динамики сооружений. Разработаны различные методики расчета зданий и сооружений на сейсмические воздействия с учетом важных факторов.

В статье [1] представлена технология производства строительной керамики на основе анортита с использованием полусухого прессования порошка, основанного на спекании сырьевой смеси, состоящей из легкоплавкой глины и доменного шлама (BFS) в различных пропорциях. Изготовленные керамические образцы спекаются при температуре 1050°C. Изучены свойства сырьевой смеси для увеличения содержания анортитовой фазы

в керамических образцах.

В статье [2] считается, что многоэтажное здание подвергается как эквивалентному статическому, так и динамическому анализу. В целях исследования здание моделируется в программном обеспечении SAP2000. Для динамического анализа здание подвергается движению грунта, чтобы получить реакцию здания.

В статье [3] рассмотрено контактное взаимодействие деформируемых строительных конструкций или их частей. Предметом исследования является постановка задачи контактного взаимодействия как задачи линейной дополнителности. Предложено расширение существующих постановок задач о контакте без трения и контакте с известной границей трения в виде задачи линейной дополнителности к постановке фрикционного контакта. В конечном итоге получается эвристическая формулировка контактной задачи с трением в виде задачи линейной дополнителности.

В статье [4] представлены уравнения конечных элементов для вариационно согласованной теории балок высшего порядка для статического и динамического поведения прямоугольных балок. Показано, что полная интеграция членов жесткости сдвига приводит к восстановлению ограничения Кирхгофа для тонких балок без введения ложных ограничений блокировки.

В работе [5] исследованы поведения и напряженно-деформированное состояние сооружений и грунтов с учетом нелинейного деформирования грунта вокруг сооружений и показано существование приконтактного слоя грунта возле контакта, который может играть роль сейсмозащиты для сооружений. Для решения задач использован численный метод конечных разностей и получены результаты для упругопластических задач взаимодействия с учетом динамических процессов для конструкций сооружений и грунта.

Статья [6] посвящена аналитическому моделированию свободно опертой многослойной балки с расширенно-коническим сечением. Разработана упрощенная аналитическая модель этой балки с исключением эффекта сдвига.

В статье [7] рассматривается вопрос вывода собственных значений конструкций, имеющих модуль упругости и/или плотность материала, изменяющиеся от точки к точке.

В статье [8] оцениваются классические и усовершенствованные конечные пластинчатые элементы на изгиб и колебания слоистых композитов и слоистых структур. Было реализовано и сравнено около 20 пластинчатых конечных элементов: классические, основанные на предположениях смещения, сравниваются с усовершенствованными смешанными элементами, которые сформулированы на основе смешанной вариационной теоремы Рейснера.

Статья [9] посвящена динамическому анализу гибких расслоенных слоистых балок. Используя булевы векторы, разработана новая схема сборки, которая может быть использована для обеспечения требований непрерывности на краях области расслоения, что приводит к термину жесткости расслоения.

Статьи [10-12] посвящены динамическим расчетам элементов коробчатой конструкции зданий на сейсмостойкость с учетом пространственной работы коробчатых элементов. Поставлена задача о пространственных колебаниях коробчатой конструкции здания при динамическом воздействии, определяемом движением его основания. При этом динамическое воздействие задано как гармонические колебания перемещений основания по синусоидальному закону. Приведены уравнения движения для каждого из пластинчатых и балочных элементов коробчатой конструкции здания на основе теории Кирхгофа-Лява.

Постановка задачи. Ставится задача об изгибно-сдвиговых колебаниях пластинчатого сооружения с усиливающими балочными элементами на краях, находящегося под действием динамического воздействия, приложенного на его основание в виде перемещения основания, направленного вдоль его нормали (рис. 1)

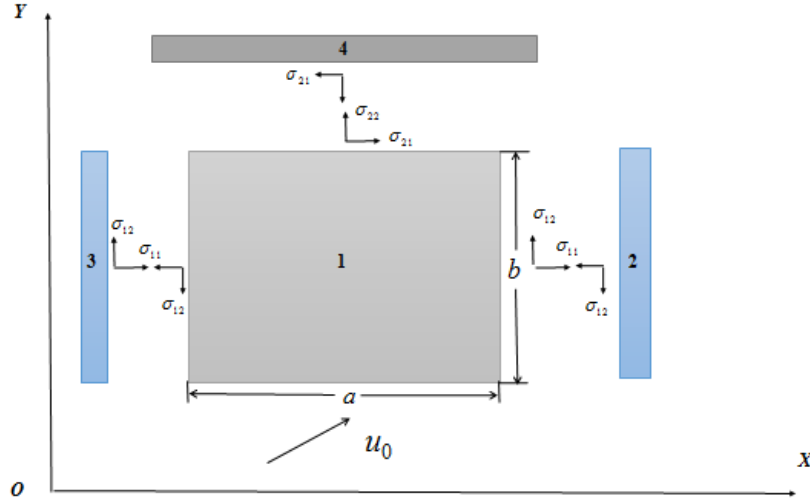


Рис. 1. Контактные напряжения пластинчатого и балочных элементов сооружения.

Запишем уравнения движения пластины относительно изгибающих, крутящих моментов и относительно перерезывающих сил:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial M_{12}}{\partial x_2} - Q_{13} &= \frac{H^3}{12} \rho \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial M_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial M_{22}}{\partial x_2} - Q_{23} &= \frac{H^3}{12} \rho \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Где ρ и $H = 2h$ - плотность материала пластины.

Уравнение относительно перерезывающих сил запишется в виде:

$$\frac{\partial Q_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial Q_{23}}{\partial x_2} - q_3 = \rho H \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}. \quad (2)$$

Изгибающие, сдвигающие моменты M_{11} , M_{22} , M_{12} и перерезывающие силы Q_{13} , Q_{23} определяются следующим образом:

Выражения изгибающих и сдвигающих моментов имеют вид:

$$M_{11} = \int_{-h}^h \sigma_{11} z dz, \quad M_{22} = \int_{-h}^h \sigma_{22} z dz, \quad M_{12} = M_{21} = \int_{-h}^h \sigma_{12} z dz. \quad (3)$$

Выражения для перерезывающих сил запишутся в виде:

$$Q_{13} = k^2 \int_{-h}^h \sigma_{13} dz, \quad Q_{23} = k^2 \int_{-h}^h \sigma_{23} dz. \quad (4)$$

где k^2 - коэффициент, характеризующий поперечный сдвиг пластины.

Выполняя интегрирование в (3), получим выражения изгибающих и сдвигающих моментов для ортотропной пластины

$$\begin{aligned} M_{11} &= D_{11} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_1} + \nu_{12} \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \right), \quad M_{22} = D_{22} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x_2} + \nu_{12} \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} \right), \\ M_{12} &= M_{21} = D_{12} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_2} + \frac{\partial \psi}{\partial x_1} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

где цилиндрическая жесткость ортотропной пластины имеет выражения

$$D_{11} = \frac{E_1 H^3}{12(1 - \nu_{12} \nu_{21})}, \quad D_{22} = \frac{E_2 H^3}{12(1 - \nu_{12} \nu_{21})}, \quad D_{12} = \frac{G_{12} H^3}{12},$$

Аналогично, выполняя интегрирование в (4), получим выражения перерезывающих сил

$$Q_{13} = k^2 G_{13} H \left(\varphi + \frac{\partial w}{\partial x_1} \right), \quad Q_{23} = k^2 G_{23} H \left(\psi + \frac{\partial w}{\partial x_2} \right). \quad (6)$$

Система уравнений стоячей балки 2 относительно изгибающего момента, перерезывающей силы и контактных сил запишется в виде:

$$\frac{\partial M_{22}^{(2)}}{\partial x_2} - Q_{12}^{(2)} - h_2 \sigma_{12}^{(2)} = -\frac{\rho_2 H_2^3}{12} \ddot{\varphi}_2^{(2)}, \quad \frac{\partial Q_{12}^{(2)}}{\partial x_2} - \sigma_{11}^{(2)} = \rho_2 H_2 \ddot{W}^{(2)}. \quad (7)$$

где $Q_{12}^{(2)}$, $M_{22}^{(2)}$ - перерезывающая сила и изгибающий момент стоячей балки 2, которые определяются через неизвестные функции угла поворота и прогиба точек срединной поверхности: $\varphi_2^{(2)}$, $W^{(2)}$; ρ_2 и $H_2 = 2h_2$ плотность и толщина стоячей балки 2.

Система уравнений стоячей балки 3 изгибающего момента, перерезывающей силы и контактных сил запишется в виде:

$$\frac{\partial M_{22}^{(3)}}{\partial x_2} - Q_{12}^{(3)} - h_3 \sigma_{12}^{(3)} = -\frac{\rho_3 H_3^3}{12} \ddot{\varphi}_3^{(3)}, \quad \frac{\partial Q_{12}^{(3)}}{\partial x_2} + \sigma_{11}^{(3)} = \rho_3 H_3 \ddot{W}^{(3)}. \quad (8)$$

где $Q_{12}^{(3)}$, $M_{22}^{(3)}$ - перерезывающая сила и изгибающий момент стоячей балки 3, которые определяются через неизвестные функции $\varphi_2^{(3)}$, $W^{(3)}$; ρ_3 и $H_3 = 2h_3$ плотность и толщина стоячей балки 3.

Аналогичным образом получена система уравнений колебаний ригеля 4 (рисунок 1) относительно изгибающего момента, перерезывающей силы и контактных сил в виде:

$$\frac{\partial M_{11}^{(4)}}{\partial x_2} - Q_{21}^{(4)} - h_4 \sigma_{12}^{(4)} = -\frac{\rho_4 H_4^3}{12} \ddot{\varphi}_2^{(4)}, \quad \frac{\partial Q_{21}^{(4)}}{\partial x_2} - \sigma_{22}^{(4)} = \rho_4 H_4 \ddot{W}^{(4)}. \quad (9)$$

где $Q_{21}^{(4)}$, $M_{11}^{(4)}$ - перерезывающая сила и изгибающий момент ригеля, которые определяются через неизвестные функции угла поворота и прогиба точек срединной поверхности ригеля $\varphi_1^{(4)}$, $W^{(4)}$; ρ_4 и $H_4 = 2h_4$ плотность и толщина ригеля 4.

Метод решения. Задачи решаются методом конечных разностей. Для аппроксимации производных перемещений по пространственным координатам воспользуемся формулами центральных разностных схем.

Для аппроксимации первых производных использованы следующие выражения относительно центральных точек:

$$\frac{\partial f_{i,j}^k}{\partial x_1} = \frac{f_{i+1,j}^k - f_{i-1,j}^k}{2\Delta x_1}, \quad \frac{\partial f_{i,j}^k}{\partial x_2} = \frac{f_{i,j+1}^k - f_{i,j-1}^k}{2\Delta x_2}. \quad (10)$$

Здесь $\Delta x_1 = \frac{a}{N}$, $\Delta x_2 = \frac{b}{M}$ - шаг вычисления, N , M - количество делений.

Для аппроксимации производных от напряжений, сил, моментов и бимоментов используются центральные конечно-разностные схемы на полушагах, которые имеют второй порядок точности:

$$\frac{\partial F_{i,j}^k}{\partial x_1} = \frac{F_{i+\frac{1}{2},j}^k - F_{i-\frac{1}{2},j}^k}{\Delta x_1}, \quad \frac{\partial F_{i,j}^k}{\partial x_2} = \frac{F_{i,j+\frac{1}{2}}^k - F_{i,j-\frac{1}{2}}^k}{\Delta x_2} \quad (i = 1, N; \quad j = 1, M). \quad (11)$$

Здесь $\Delta x_1 = \frac{a}{N}$, $\Delta x_2 = \frac{b}{M}$.

Условия о равенстве нулю силовых факторов пластины на свободных от опор краях

аппроксимируем по нижеследующим выражениям:

$$F_{N+\frac{1}{2},j}^k + F_{N-\frac{1}{2},j}^k = 0 \quad (j=1, M); \quad F_{i,M+\frac{1}{2}}^k + F_{i,M-\frac{1}{2}}^k = 0 \quad (i=1, N). \quad (12)$$

При использовании формул (11) и (12) необходимо аппроксимировать производные обобщенные функции перемещений в центральной точке между двумя точками x_i и x_{i+1} или y_j и y_{j+1} . В этих случаях используем формулы (10), заменяя соответственно i – на $i - \frac{1}{2}$ и j – на $j - \frac{1}{2}$.

$$\frac{\partial f_{i-\frac{1}{2},j}^k}{\partial x_1} = \frac{f_{i,j}^k - f_{i-1,j}^k}{\Delta x_1}, \quad \frac{\partial f_{i,j-\frac{1}{2}}^k}{\partial x_2} = \frac{f_{i,j}^k - f_{i,j-1}^k}{\Delta x_2}, \quad (i=1, N; j=1, M). \quad (13)$$

$$\frac{\partial f_{i-\frac{1}{2},j}^k}{\partial x_2} = \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{f_{i,j}^k + f_{i-1,j}^k}{2} \right), \quad \frac{\partial f_{i,j-\frac{1}{2}}^k}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{f_{i,j}^k + f_{i,j-1}^k}{2} \right), \quad (i=1, N; j=1, M). \quad (14)$$

Вторую производную по времени, пользуясь конечно-разностным выражением, представим в виде:

$$\frac{\partial^2 f_{i,j}^k}{\partial t^2} = \frac{f_{i,j}^{k+1} - 2f_{i,j}^k + f_{i,j}^{k-1}}{\Delta t^2}. \quad (15)$$

где Δt – шаг по времени.

Предполагаем, что в основании пластинчатого сооружения по горизонтальному направлению вдоль его длины задано перемещение основания $u_0(t)$ в виде:

$$u_0(t) = A_0 \sin(\omega_0 t). \quad (16)$$

где A_0 и ω_0 – амплитуда и частота перемещения основания. Приведем контактные условия между элементами сооружений и граничные условия в основании. В зоне соединения пластинчатых элементов и стоечно-балочных элементов имеем следующие контактные кинематические условия:

$$\begin{aligned} u_1(x_1, x_2, t)_{x_1=0} &= W^{(3)}(x, t), \quad u_2(x_1, x_2, t)_{x_1=0} = \frac{h_3}{2} \varphi^{(3)}, \\ u_1(x_1, x_2, t)_{x_1=a} &= W^{(2)}(x, t), \quad u_2(x_1, x_2, t)_{x_1=0} = -\frac{h_2}{2} \varphi^{(2)}, \\ u_2(x_1, x_2, t)_{x_2=b} &= W^{(4)}(x, t), \quad u_2(x_1, x_2, t)_{x_2=b} = -\frac{h_4}{2} \varphi^{(4)}. \end{aligned} \quad (17)$$

где $W(x, y, t)$ – перемещение изгибаемых пластинчатых элементов. $W^{(i)}, \varphi^{(i)}, i=2,3,4$ – функции прогибов и угла поворотов балочных элементов.

Граничные условия на основании пластинчатого сооружения $x_2=0$ запишем как для жесткого защемления. Нижняя часть здания перемещается вместе с основанием

$$u_1(x_1, x_2, t)_{x_2=0} = u_0(t), \quad u_2(x_1, x_2, t) = 0. \quad (18)$$

В качестве контактных условий между поперечными и продольными пластинчатыми элементами принимаются уравнения изгибных колебаний стоечно-балочных элементов (17) - (18).

Начальные условия задачи принимаем нулевыми.

Отметим, выражения напряжений для анизотропных пластин запишутся в следующем виде:

$$\sigma_{11} = E_{11} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + E_{13} \frac{\partial u_3}{\partial z}, \quad \sigma_{33} = E_{31} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + E_{33} \frac{\partial u_3}{\partial z}, \quad \sigma_{13} = G_{13} \left(\frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right). \quad (19)$$

Анализ результатов. Исходные данные. Считаем, что все балочные элементы из железобетона, модуль упругости которого $E=20000 \text{ Мпа}$, плотность $\rho=2.5 \text{ т/м}^3$ и коэффициент Пуассона $\nu=0.25$. Материал пластины из крамзетобетона: модуль упругости $E=7500 \text{ Мпа}$, плотность $\rho=1.2 \text{ т/м}^3$, коэффициент Пуассона $\nu=0.25$. Размеры пластинчатого сооружения: толщина, длина и высота сооружения, соответственно приняты равными $H=0.3 \text{ м}$, $a=3$ и 4 м ; $b=3 \text{ м}$.

Для удобства введены безразмерные координаты по формулам $x = x_1/a$, $y = x_2/b$, $\tau = ct/H$. В расчетах шаг вычисления по безразмерным координатам принят равным $\Delta x = \Delta y = 1/32$, $\Delta \tau = k c/H \min(\Delta x, \Delta y)$. Устойчивость вычисления по безразмерному времени обеспечена по явной схеме при шаге $\Delta \tau = 0.01$.

На рис. 2 представлены графики изменения перемещения ψ_1 от безразмерного времени в равностоящих точках пластинчатых сооружений на резонансное состояние, полученные на основе двумерной задачи теории упругости.

Данная двумерная задача с использованием бимоментной теории пластин по горизонтальной координате x_2 сводится к одномерной задаче и решается на основе явной схемы метода конечных разностей.

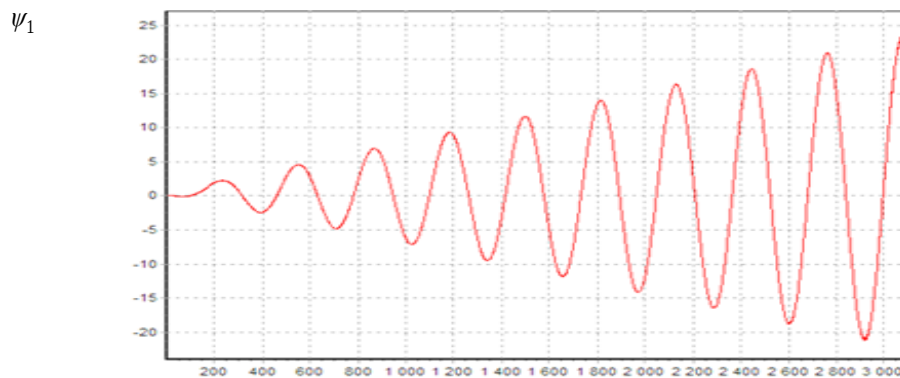


Рис. 2. Графики изменения перемещения ψ_1 времени t в равностоящих точках боковых граней пластинчатых сооружений.

В таблице 1 представлены первые три значения собственной частоты ω_0 и периода T_0 собственных колебаний пластинчатого сооружения при поперечном изгибе для различных значений его малого размера в плане a .

Таблица 1.

Первые три значения собственной частоты ω_1 и периода T_1 собственных колебаний пластинчатого сооружения при поперечном изгибе для различных значений его размера в плане a

$a, (\text{в м})$	$\omega_1, (\text{в рад/сек})$	$\nu_1 = \frac{\omega_0}{2\pi}, (\text{в 1/сек})$	$T_1 = \frac{1}{\nu_0}, \text{ в сек}$
3	55.09	8.01	0.123
	67.81	11.03	0.831
	74.70	12.21	0.715
4	45.62	8.89	0.132
	66.91	10.28	0.091
	69.22	11.62	0.132

Расчеты пластинчатого сооружения выполнены для семибалльного землетрясения,

для которого амплитуда ускорения равна $a_0 = k_c g$, где $k_c = 0.1$, g - ускорение свободного падения. Амплитуда перемещения основания определяется формулой $A_0 = a_0 / \omega_0^2$.

Заключение. В рамках теории пластин и балок поставлена и решена динамическая задача о колебаниях пластинчатого сооружения под действием нагрузки, заданной перемещением основания по гармоническому закону. Разработан численный метод решения поставленной задачи с использованием явной схемы метода конечных разностей. На основе применения метода резонанса найдены собственные частоты и периоды колебаний пластинчатого сооружения с усиливающими балочными элементами на его краях.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Муцанов В.П., Демидов О.И., Расчет трехслойной пластинки, лежащей на винклеровском упругом основании, вариационно-разностным методом//Современное гражданское и промышленное строительство. Т.6, №2, 2010. с.77-91.
- [2] Anton Chepurhenko, Andrei Savchenko, Svetlana Yazyeva, Calculation of a three-layer plate by the finite element method taking into account the creep of the filler//MATEC Web of Conferences 129, 05008 (2017), DOI: 10.1051/matec-conf/201712905008.
- [3] С.Д. Алгазин. Колебания пластины переменной толщины со свободными краями произвольной формы в плане// Прикладная механика и техническая физика. 2011. Т. 52, № 1, с. 155-162.
- [4] P.R. Heyliger, J.N. Reddy, A higher order beam finite element for bending and vibration problems, Journal of Sound and Vibration, Volume 126, Issue 2, 22 October 1988, Pages 309-326, [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(88\)90244-1](https://doi.org/10.1016/0022-460X(88)90244-1)
- [5] В.Я. Козлов, А.Н. Паутов, И.Н. Толкачев, Исследование устойчивости упругой квадратной пластины с подкрепленным эллиптическим вырезом. // Математические методы в естественных, технических и социальных науках. 2015. № 2(109), с. 251-255
- [6] Krzysztof Magnucki, Joanna Kustosz, Damian Goliwas, Free flexural vibrations of an expanded-tapered sandwich beam, Vibrations in Physical Systems, 2023, 34(1), 2023114, DOI: 10.21008/j.0860-6897.2023.1.14
- [7] Isaac Elishakoff. Vibrations of Beams and Plates: Review of First Closed-Form Solutions in the Past 250 Years. Florida Atlantic University, Boca Raton, FL 33431, USA.
- [8] E. Carrera, L. Demasi, M. Manganello, Assessment of Plate Elements on Bending and Vibrations of Composite Structures. Department of Aerospace Engineering, Politecnico di Torino, Torino, Italy. Mechanics of Advanced Materials and Structures, 9:333–357, 2002.
- [9] H. Nicholas Erdelyi, M. Seyed Hashemi. On the Finite Element Free Vibration Analysis of Delaminated Layered Beams: A New Assembly Technique. Hindawi Publishing Corporation Shock and Vibration, Volume 2016, Article ID 3707658, 14 pages.
- [10] Mirsaidov, M., Usarov, M. Bimoment theory construction to assess the stress state of thick orthotropic plates. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 2020, 614(1), 012090, <https://doi.org/10.1088/1755-1315/614/1/012090>
- [11] Усаров Д.М., Корабашев О.З. К теории изгиба и колебания трехслойных пластин с сжимаемым заполнителем // СамГАСИ, “Проблемы архитектуры и строительства”. Научно-практический журнал, Самарканд, 2020. №1(2). – С. 85-90.
- [12] Усаров М.К. «Бимоментная теория толстых анизотропных пластин.» Монография – Ташкент: изд-во «Fan ziyosi», 2022. -246 с.

Дата поступления
15.07.2024

Усаров М.К., Усанов Ф.А., Шамсиев Д.К. Балка элементлариға эга бўлган пластинасимон иншоотларнинг эгилиш тебранишлари масалалари.

Аннотация: Мақола асосига берилган динамик таъсир остида бўлган четларида мустаҳкамловчи балка элементлариға эга пластинасимон иншоотларнинг тебранишлари масаласини шакллантириши ва ечилиш усулини ишлаб чиқишга бағишланган. Тимошенко назарияси доирасида кучлар ва моментларга нисбатан қурилган пластиналар ва балка элементларининг асосий муносабатлари ва ҳаракат тенгламалари келтирилган. Масала сифатида иншоот эгилиш тебранишларининг реонансга яқин ҳолатлари қаралган.

Калит сўзлар: Пластинасимон иншоотлар, балкасимон элементлар, динамик таъсирлар, Тимошенко назарияси, ҳаракат тенгламалари, чегаравий шартлар, бозланиш шартлари, сонли усул, хусусий частота.

Usarov M.K., Usanov F.A., Shamsiev D.K., Problems of flexural vibrations of plate structures with beam elements.

Abstract: The article is devoted to the formulation and development of a method for solving the problem of oscillations of a plate structure with reinforcing beam elements at the edges, which is under the action of a dynamic impact applied to its base. The main relationships and equations of motion of plates and beam elements are given within the framework of Timoshenko's theory, constructed with respect to forces and moments. As a calculation, bending vibrations of the structure near the resonant state are considered.

Keywords: Plate structure, beam elements, dynamic impact, Timoshenko's theory, equation of motion, boundary conditions, contact conditions, numerical method, natural frequency.

АКТУАЛЬНОСТЬ ИССЛЕДОВАНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УДАРНЫХ ВЗРЫВНЫХ ВОЛН В ГРУНТАХ И ГОРНЫХ ПОРОДАХ ПРИ ВЫСОКИХ НАПРЯЖЕНИЯХ

А.Н.Набиев¹, А.А.Набиев²

¹Ташкентский химико-технологический институт, Ташкент, Узбекистан

²Ташкентский государственный технический университет им. И.Каримова, Ташкент, Узбекистан

¹E-mail: abdumaliknabiyev24@gmail.com

Аннотация: В рамках деформационной теории пластичности академика Х.А.Рахматулина получено динамическое уравнение движения грунтовых массивов с учетом касательных напряжений. Дальнейшие исследования вопроса распространения сферических волн в упругопластических средах базируется на условии пластичности Мизеса-Шлейхера-Боткина и гипотезы о существовании упругого потенциала, где переменные коэффициенты Лямэ определяются нелинейно аналитически.

Ключевые слова: смещение и плотность грунта; взрыв; волны напряжений; моделирование грунта; ударная волна; сферическая симметрия.

Введение. Вопросы комплексного проектирования, т.е. расчет и конструирование, строительство, реконструкция и восстановление тоннелей и подземных сооружений, как например, служебные и технологические помещения, склады, многоярусные автостоянки, торговый комплекс, транспортные развязки и другие крупные и сложные конструкции являются достаточно проблематичными, поскольку требуют обеспечения полной сохранности существующих инженерных коммуникаций. При этом основной упор делается на прикладное значение методологии комплексного проектирования тоннелей и подземных сооружений как фрагмента единого процесса освоения подземного пространства [1-5].

К методологии комплексного проектирования относятся и другие вопросы о том, как рассчитывать крепи подземных горных выработок, каким образом и на каких принципах выбирать способы строительства объектов, как осуществлять свайное фундаментостроение, инъекционное укрепление грунтов, устройства опорных систем опоры мостов через морские проливы, опоры для установки буровых платформ и др.) и каким образом производить оценки основных качеств и технико-экономическую целесообразность строительства тоннелей и подземных сооружений [7-10].

Для комплексного исследования выбора архитектурных, конструктивных, технологических и объемно-планировочных решений проблем по строительству ответственных объектов с учетом свойств пластичности и ползучести, релаксации грунтового и горного массивов необходимы также экспериментально-теоретические исследования вопросов распространения ударных волн при высоких напряжениях и больших скоростях деформаций [11-20].

В статье рассматривается характер процессов распространения ударных волн с учетом касательных напряжений грунтового массива, обладающих упругопластическими свойствами при взрыве со сферической симметрией в соответствии с деформационной теорией пластичности академика Х.А.Рахматулина

Применение условия пластичности. Предлагается использовать к решению уравнения движения упругопластических сред предельного состояния в виде условия пластичности Мизеса-Шлейхера-Боткина:

$$\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \sqrt{\frac{2}{3}}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)tg\psi,$$

где $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ – главные нормальные напряжения, оказывающие влияние на главную площадку. Вводятся обозначения $\sigma_1 = \sigma_r^{gl}$, $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_\phi^{gl} = \sigma_\psi^{gl}$, тогда:

$$\sqrt{(\sigma_r^{gl} - \sigma_\phi^{gl})^2 + (\sigma_\phi^{gl} - \sigma_r^{gl})^2} = \sqrt{\frac{2}{3}}(\sigma_r^{gl} + 2\sigma_\phi^{gl} + 3H_0)tg\psi$$

или после соответствующих преобразований имеем:

$$\sigma_r^{gl} - \sigma_\phi^{gl} = -\tau_0 + \mu(\sigma_r^{gl} + 2\sigma_\phi^{gl}) \quad (1)$$

где $-\tau_0 = 3^{1/2} H_0 \operatorname{tg} \psi$, $\mu = \operatorname{tg} \psi / 3^{1/2}$. Коэффициенты τ_0 и μ связаны с предельным сопротивлением всестороннего чистого растяжения H_0 и углом ψ внутреннего трения грунта на октаэдрической площадке, установленной из эксперимента механических свойств грунтов при высоких напряжениях.

Так как $\sigma_r^{gl} \geq \sigma_\varphi^{gl} = \sigma_\psi^{gl}$ являются главными нормальными напряжениями, тогда выполняется тождество:

$$\sigma_r^{gl} = \frac{1}{2} \left[\sigma_r + \sigma_\varphi + \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\varphi)^2 + 4\tau_{r\varphi}^2} \right]$$

$$\sigma_\varphi^{gl} = \frac{1}{2} \left[\sigma_r + \sigma_\varphi - \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\varphi)^2 + 4\tau_{r\varphi}^2} \right]$$

где

$$\tau_{r\varphi} = \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{2} \operatorname{tg} 2\varphi \quad (2)$$

σ_r и σ_φ — не являются главными нормальными напряжениями.

Подставляя последнее равенство в (1) получим:

$$\sigma_r - \sigma_\varphi = -\frac{2\tau_0 \cos 2\varphi}{2 + \mu + 3\mu \cos 2\varphi} + \frac{6\mu \cos 2\varphi}{2 + \mu + 3\mu \cos 2\varphi} \sigma_r, \quad (3)$$

а найденные значения подставляем в (2):

$$\tau_{r\varphi} = \frac{1}{2} \left[-\frac{2\tau_0 \sin 2\varphi}{2 + \mu + 3\mu \cos 2\varphi} + \frac{6\mu \sin 2\varphi}{2 + \mu + 3\mu \cos 2\varphi} \sigma_r \right].$$

Берем частную производную по φ :

$$\tau_{r\varphi} = -2\tau_0 I(\varphi) + 6\mu I(\varphi) \sigma_r,$$

где

$$I(\varphi) = \frac{2 \cos 2\varphi + \mu \cos 2\varphi + 3\mu}{(2 + \mu + 3\mu \cos 2\varphi)^2}.$$

Подставим это и (3) в уравнения одномерного движения упругопластических сред с учетом касательных напряжений, которые имеют вид [6-7]:

$$\rho_0 r^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (r+u)^2 \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + (\sigma_r - \sigma_\varphi) \frac{\partial}{\partial r} (r+u)^2 + \frac{\partial \tau_\varphi}{\partial \varphi} \frac{\partial}{\partial r} (r+u)^2 \quad (4)$$

где r — расстояние рассматриваемой точки от начала координат до возникновения движения за координату Лагранжа, $u(r, t)$ — смещение, t — время, ρ_0 — начальная массовая плотность, r_0 — радиус заряда), получим:

$$(r+u)^2 \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\nu(\varphi)}{2} \frac{\partial}{\partial r} (r+u)^2 \sigma_r = \rho_0 r^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \tau_0 A(\varphi) \frac{\partial}{\partial r} (r+u)^2 \quad (5)$$

здесь

$$\nu(\varphi) = 12\mu \left[\frac{\cos 2\varphi}{2 + \mu + 3\mu \cos 2\varphi} + I(\varphi) \right], A(\varphi) = 2 \left[\frac{\cos 2\varphi}{2 + \mu + 3\mu \cos 2\varphi} + I(\varphi) \right] = \frac{\nu(\varphi)}{6\mu}$$

$$I(\varphi) = \frac{2 \cos 2\varphi + \mu \cos 2\varphi + 3\mu}{(2 + \mu + 3\mu \cos 2\varphi)^2}$$

В частном случае, если не учитывается касательное напряжение и $2\varphi \rightarrow 0$, то получим общеизвестное уравнение движения грунта, выведенное академиком Рахматулиным Х.А. [1]:

$$(r+u)^2 \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\nu}{2} \frac{\partial}{\partial r} (r+u)^2 \sigma_r = \rho_0 r^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\tau_0}{1 + \mu} \frac{\partial}{\partial r} (r+u)^2 \quad (6)$$

и граничное условие в виде:

$$-\sigma_r = \frac{\rho_0 u_t^{*2}}{1-b(r^*)} + p_a, \quad D = \frac{u_t^*}{1-b(r^*)}, \quad b(r^*) = \frac{\rho_0}{\rho(r^*)} = \left(\frac{d\psi(r)}{dr} \frac{1}{r^2} \right)_{r=r^*} \quad (7)$$

Сущность механической постановки задачи распространения сильных взрывных волн напряжений диктует необходимость учета характера напряженных состояний упруго-пластических сред при использовании теоремы о количестве движения на фронте ударной волне:

$$-\sigma_r = \frac{\rho_0 u_t^{*2}}{1-b(r^*)} - \left[\frac{\sigma(\varepsilon^*)}{\varepsilon^*} + \frac{4}{9} \frac{\sigma_i(\varepsilon^*, \varepsilon_i^*)}{\varepsilon_i^*} \right] \varepsilon_i^* + p_a, \quad D = \frac{u_t^*}{1-b(r^*)}$$

$$b(r^*) = \frac{\rho_0}{\rho(r^*)} = \left(\frac{d\psi(r)}{dr} \frac{1}{r^2} \right)_{r=r^*}, \quad R(t) = \sqrt[3]{r^{*3} - 3 \int_{r_0}^{r^*} \frac{\rho_0}{\rho(r)} r^2 dr}$$

где $\rho(r^*)$ – плотность среды, r^* – координаты ударной волны, D – скорость ударной волны, u_t^* – скорость частицы на ударной волне, $R(t)$ – радиус каверны в произвольный момент времени.

Методы решения. Пусть на ударной волне плотность постоянна:

$$\frac{\rho_0}{\rho(r)} = \frac{\rho_0}{\rho_1} = 1 - \varepsilon = b_1$$

Тогда после алгебраических преобразований (5) приводится к виду:

$$y' + F(R)y = Q(R)$$

Решение которого дается формулой

$$y = e^{-\int_0^R F(R) dR} \left\{ y_0 + \int_0^R Q(R) e^{\int_0^R F(R) dR} dR \right\},$$

где

$$F(R) = \left\{ \frac{4R}{\nu-1} \left(\frac{1}{r^{*1-\nu}} - \frac{1}{R^{1-\nu}} \right) - \frac{4R^4}{\nu-4} \left(\frac{1}{r^{*4-\nu}} - \frac{1}{R^{4-\nu}} \right) + \frac{2b_1}{1-b_1} \frac{R^4}{r^{*4-\nu}} \right\} \left[\frac{R^2}{\nu-1} \left(\frac{1}{r^{*1-\nu}} - \frac{1}{R^{1-\nu}} \right) \right]^{-1}$$

$$Q(R) = \left\{ p_0 \left(\frac{r_0}{R} \right)^{3\gamma} R^\nu - p_a r^{*\nu} + \left[\frac{\sigma(\varepsilon^*)}{\varepsilon^*} + \frac{4}{9} \frac{\sigma_i(\varepsilon^*, \varepsilon_i^*)}{\varepsilon_i^*} \right] \varepsilon_i^* r^{*\nu} - \frac{2\tau_0 A}{\nu} (r^{*\nu} - R^\nu) \right\} \times$$

$$\times \frac{2b_1}{\rho_0} \left[\frac{R^2}{\nu-1} \left(\frac{1}{r^{*1-\nu}} - \frac{1}{R^{1-\nu}} \right) \right]^{-1}$$

Здесь p_0 – давление газа в момент мгновенного взрыва, γ – показатель политропы.

Начальные значения скорости и ускорения частиц при $t=0$, $R=r^*=r_0$

$$y_0 = \frac{1-b_1}{\rho_0} \left\{ p_0 - p_a - \left[\frac{\sigma(\varepsilon^*)}{\varepsilon^*} + \frac{4}{9} \frac{\sigma_i(\varepsilon^*, \varepsilon_i^*)}{\varepsilon_i^*} \right] \varepsilon_i^* \right\},$$

$$y'_0 = \frac{2b_1}{(1-3b_1)r_0} \left[4y_0 + \frac{3\gamma p_0(1-b_1)}{\rho_0} \right].$$

Если на ударной волне плотность изменяется на каждом слое, как предлагал академик Х.А.Рахматулин, уменьшением на 5% по сравнению с начальным значением, дело сводится к решению задачи движения пластического газа с n слоями, где n – целое число.

Тогда уравнение (5) имеет вид:

$$B(r)y' + C(R)y + F(R) = A(R), \quad (8)$$

где

$$A(R) = \frac{2}{\rho_0} \left\{ p_0 \left(\frac{r_0}{R} \right)^{3\gamma} R^\nu - p_a r^{*\nu} + \left[\frac{\sigma(\varepsilon^*)}{\varepsilon^*} + \frac{4}{9} \frac{\sigma_i(\varepsilon^*, \varepsilon_i^*)}{\varepsilon_i^*} \right] \varepsilon_i^* r^{*\nu} \right\}$$

$$B(R) = R^2 I_{1n}^0, \quad F(R) = \frac{4\tau_0 A}{\nu \rho_0} (r^{*\nu} - R^\nu), \quad C(R) = 2 \left[2R I_{1n}^0 - 2R^4 I_{2n}^0 + \frac{1}{1-b_n} \frac{R^4}{r^{*4-\nu}} \right]$$

$$I_{1n}^0 = \frac{1}{\nu-1} \sum_{m=1}^n \frac{1}{b_m} \left\{ \frac{1}{\left[\sum_{k=1}^m b_k (r_k^3 - r_{k-1}^3) + R_m^3 \right]^{\frac{1-\nu}{3}}} - \frac{1}{\left[\sum_{k=1}^m b_{k-1} (r_{k-1}^3 - r_{k-2}^3) + R_m^3 \right]^{\frac{1-\nu}{3}}} \right\}$$

$$I_{2n}^0 = \frac{1}{\nu-4} \sum_{m=1}^n \frac{1}{b_m} \left\{ \frac{1}{\left[\sum_{k=1}^m b_k (r_k^3 - r_{k-1}^3) + R_m^3 \right]^{\frac{4-\nu}{3}}} - \frac{1}{\left[\sum_{k=1}^m b_{k-1} (r_{k-1}^3 - r_{k-2}^3) + R_m^3 \right]^{\frac{4-\nu}{3}}} \right\}$$

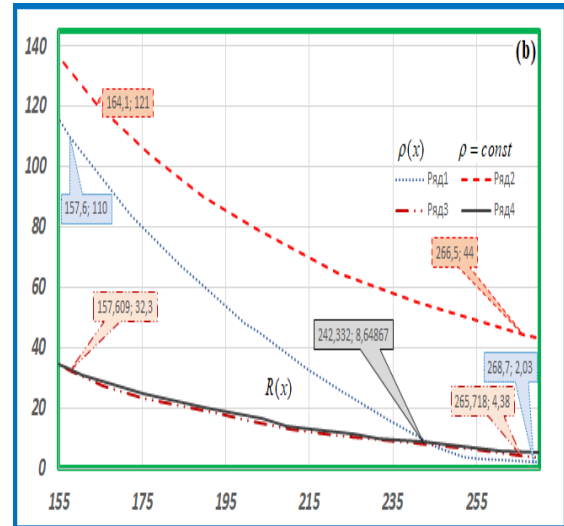
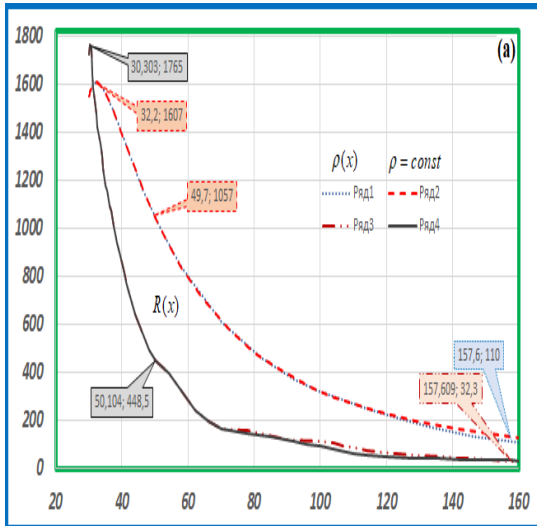
Результаты и обсуждение. Согласно указанному выше методу была рассчитана задача о взрыве со сферической симметрией. В качестве среды, в которой происходит взрыв, рассматривался суглинок 17-процентной влажности. Его динамическая кривая до 220 МПа аппроксимировалось формулой

$$\frac{p - p_H}{p_a} = 2518 \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right) - 13970 \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right)^2 + 60370 \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right)^3, \quad (9)$$

где $p_H = 0.2$ МПа, $p_a = 0.1$ МПа, $\rho_0 = 168.71$ кг·сек²/м⁴.

При больших напряжениях плотность среды считалось постоянной, равной ее максимальному значению. Последнее вычисляется по формуле (9) при $p = 220$ МПа, $b_1 = \rho_0/\rho_1 = 0.623$. Коэффициент сцепления и угол внутреннего трения имели значения: $k = 5 \cdot 10^3$ кг/м², $\psi = 73^\circ$. По этим значениям определяются введенные выше параметры: $\mu = 0.167$, $\nu = 0.751$, $\tau = 192.68 \cdot 10^4$ кг/м². Радиус заряда, давление газа (продукта взрыва) в начальный момент и показатель политропы имели значения $r_0 = 0.3$ м, $p_0 = 14 \cdot 10^3$ МПа, $\gamma = 1.5$.

Для численного решения уравнения (8) применялся метод Рунге-Кутты. Результаты вычислений и сравнение с результатами [1] приведены на следующих рисунках.



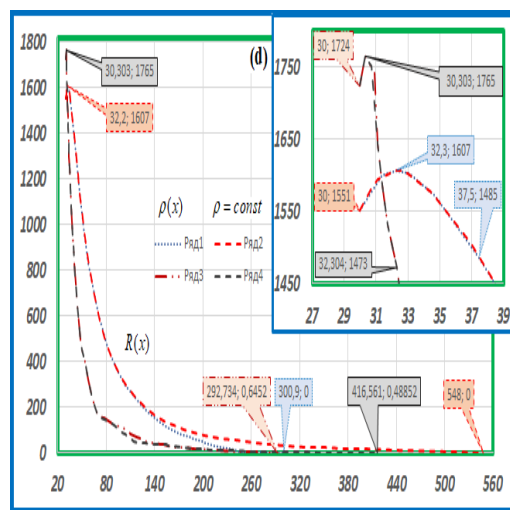
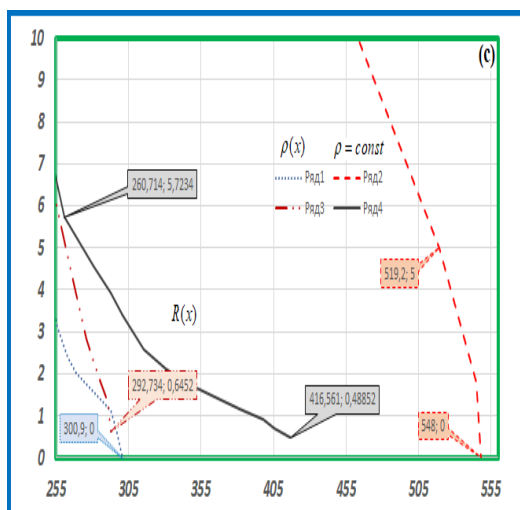


Рис.1. Кривые зависимости скорости изменения радиуса сферы R , заполненной продуктами взрыва, от радиуса этой сферы x (кривые 1 и 3 соответствуют при переменной плотности (т.е. $\rho(x)$), 2 и 4 при постоянной плотности ($\rho=const$), причем кривые 1 и 2 получены в [1])

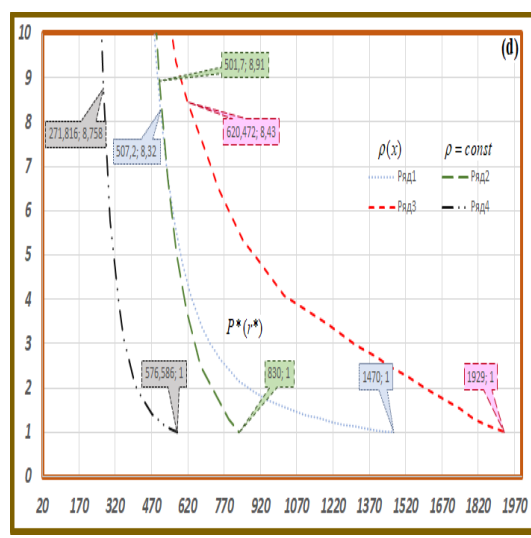
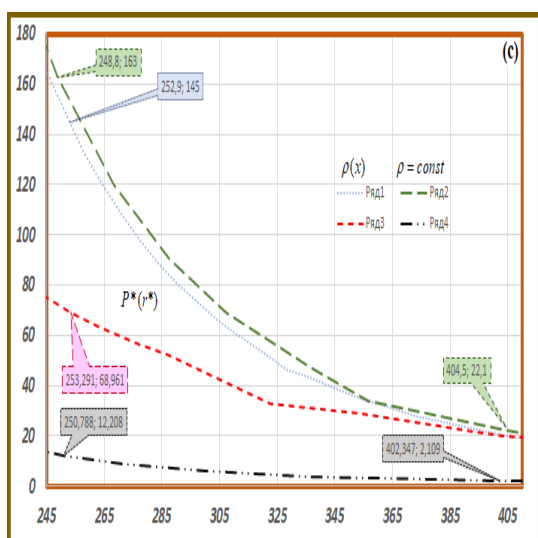
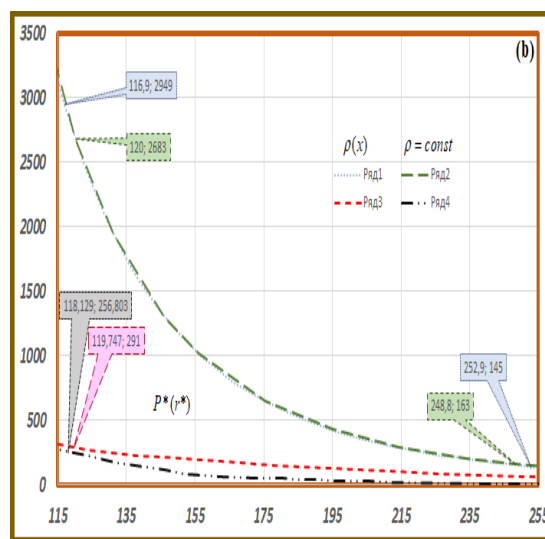
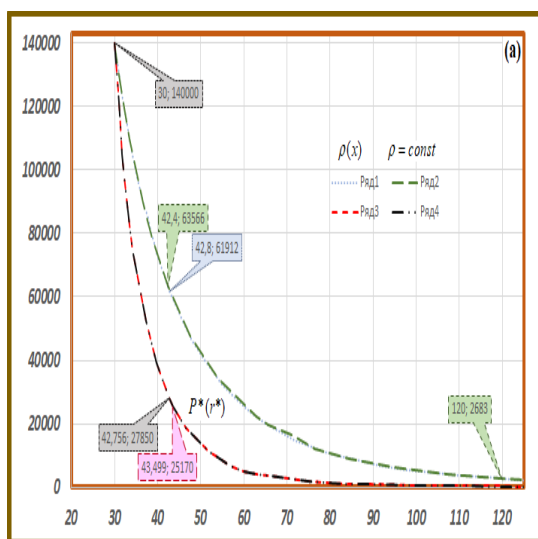


Рис.2. Кривые зависимости напряжения на фронте ударной волне P^* , от радиуса волны r^* (аналогично, кривые 1 и 3 соответствуют при $\rho(x)$, 2 и 4 при $\rho=const$, причем кривые 1 и 2 получены в [1])

Заключение: По сравнению с полученными результатами [1], хотя графики изменения параметров x , R , ρ , r^* , P^* различаются численно, но характер процессов распространения ударных волн в упругопластических средах оказался оправданным, благодаря их совместимости с физической и механической сущностью изучаемой проблемы.

При этом представлены сравнительные выводы, имеющие количественные и качественные характеристики в исследуемых вопросах. Так, из рис.1:

1. Установлено, что с увеличением радиуса x скорость расширения радиуса внутренней сферы R монотонно уменьшается. Так, при $\rho = \text{const}$ и напряжения 14466.6 МПа результат [1] отличается от наших результатов на больше 42.4% , а при 8.8 МПа на больше 25%; при $\rho(x)$ и высоких напряжениях 1395.4 МПа результат [1] отличается от наших результатов на больше 42.9%, а при 8.6 МПа на больше 29.3%.

2. Когда плотность ρ за фронтом постоянна, при уменьшении напряжения на ударной волне скорость роста радиуса внутренней сферы x выше, чем при $\rho(x)$. Во-первых, в случае $\rho = \text{const}$ и при напряжениях на ударной волне 11940 МПа результат [1] отличается от наших результатов больше на 0.02% , а при 0.1 МПа больше на 24%; во-вторых, в случае $\rho(x)$ при напряжениях 11940 МПа результат [1] отличается от наших результатов больше на 0.02% , а при 0.1 МПа больше на 2.8%.

3. Из рис.2 установлено, что плотность среды ρ влияет на дальность радиуса ударной волны r^* . Во-первых, в случае $\rho = \text{const}$ и при высоких напряжениях на ударные волны 7483.7 МПа результат [1] больше на 45% наших результатов, при 0.1 МПа больше на 30.6%, во-вторых, в случае $\rho(x)$ при напряжениях 7291.5 МПа результат [1] больше на 0.8% наших результатов, а при 0.1 МПа меньше на 31.2%.

4. С возрастанием радиуса ударной волны r^* напряжение на внутренней сфере монотонно падает. Во-первых, в случае $\rho = \text{const}$ и при напряжениях на ударные волны 1952 МПа результат [1] отличается от наших результатов больше на 8.8% , а при 1.2 МПа больше на 6%; во-вторых, в случае $\rho(x)$ при напряжениях 2029.4 МПа результат [1] отличается от наших результатов больше на 7.8%, при 1.2 МПа в 2 раза меньше;

5. Напряжение на внутренней сфере и на ударной волне монотонно уменьшается с увеличением радиуса x , при $\rho(x)$ уменьшения будут быстрее чем $\rho = \text{const}$. Во-первых, в случае $\rho = \text{const}$ и при напряжениях на ударные волны 10969 МПа результат [1] отличается от наших результатов больше на 1.3%, а при 0.5 МПа больше на 40.5%; во-вторых, в случае $\rho(x)$ при напряжениях 11429 МПа результат [1] отличается от наших результатов больше на 1.3%, а при 0.4 МПа больше на 4.9%.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Рахматулин Х.А., Сагомоян А.Я., Алексеев Н.А. Вопросы динамики грунтов. Москва, Издательство Московского государственного университета им. Ломоносова, 1964, –240 с.
- [2] Ляхов Г.М. Основы динамики взрывных волн в грунтах и горных породах. Москва, Недра, 1974, –192 с..
- [3] Сагомоян А.Я. Волны напряжения в сплошных средах. Москва, Издательство Московского государственного университета им. Ломоносова, 1985, –416 с.
- [4] Григорян С.С. Об общих уравнениях динамики грунтов // Доклады АН РФ. 1959, т.124, №2
- [5] Строганов А.С. Горные давления и крепь вертикальных стволов. Москва, Госгортехиздат, 1963, –29-55 с.
- [6] Набиев А.Н., Набиев А.А. Распространение цилиндрической ударной волны в грунте // Проблемы механики. 2023, №3, С.80-86.
- [7] Набиев А.Н., Набиев А.А. Распространение одномерных ударных волн напряжений в упругопластических средах при взрыве со сферической и цилиндрической симметрией. Ташкент, САННОФ, 2023, 130-173 с.
- [8] Fellah Z.E., Ongwen N.O., Ogam E., Depollier C. Transient Propagation of Spherical Waves in Porous Material: Application of Fractional Calculus // Journal Symmetry. 2022, vol.14, issue 2, pp.233-241.
- [9] Xu H., Yang X.G., Zhang J.H., Zhou J.W., Tao J., Lu G.D. A closed-form solution to spherical wave propagation in triaxle stress fields // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2020, vol.128, pp.42-49.
- [10] Атабаев К. О распространении плоской пластической волны в среде с ломаной разгрузкой // Academic research in educational sciences. 2023, vol.4, issue 3, pp.290-294.
- [11] Султанов К.С., Хусанов Б.Э., Рихсиева Б.Б. Распространение упругих волн в цилиндре с внешним активным трением / Материалы V Международной научно-технической конференции: Омск, 2021. с.89-95.

- [12] Баранов Н.Н. Ударные волны в грунтовых отложениях / Международная научно-техническая конференция Гео-техника Беларуси: наука и практика: Минск, 2013, с.12-22.
- [13] Авершывм С.П., Атабаев К., Джалилова Т.А., Мамадалиев Н. Динамическое расширение сферической и цилиндрической полости в нелинейно-сжимаемой пластической среде // Проблемы механики. 1999, №2-3, С.9-16.
- [14] Lai H.W., Wang Z.J., Yang L.M., Wang L.L. Analysis of nonlinear spherical wave propagation for concretes / ISRM 2nd International Conference on Rock Dynamics, China, 2016, p.25-33.
- [15] Султанов К., Кумаков Ж. Обеспечение сейсмической безопасности подземных магистральных трубопроводов инновационными технологиями их строительства // Сейсмическая безопасность зданий и сооружений. 2023, № 1(1), С.235–246.
- [16] Korneev V. Spherical Wave Propagation in a Nonlinear Elastic Medium. UNT Digital Library, California, USA, 2009, pp.23-35.
- [17] Дудин С.В., Сосиков В.А., Торунов С.И. Взрывная лабораторная установка для цилиндрического сжатия // Физика горения и взрыва, Москва, 2019, Т. 55, № 4, С.146-150.
- [18] Куринной В.П. Исследование ударных волн в пористой среде / Межведомственный сборник научных трудов. Днепродзержинск, 2013. №111. С. 67-73.
- [19] Куринной В.П. Теоретические основы взрывного разрушения горных пород. Днепродзержинск, 2018. –280 с.
- [20] Budarin V.A. Analyzing the Influence of a Particle's Linear and Angular Velocity on the Equations of Liquid Motion // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2021. v. 1, No.5, pp.109.

Дата поступления
18.08.2024

Набиев А.Н., Набиев А.А. Юқори кучланишларда грунт ва тоғ жинсларида зарбали портлаш тўлқинлари тарқалишини ўрганишнинг долзарблиги.

Аннотация: Академик Х.А.Раҳматуллиннинг пластикликнинг деформацион назарияси доирасида уринма кучланишларни ҳисобга олган ҳолда грунт қатламлари ҳаракатининг динамик тенгламаси олинган. Сферик тўлқинларнинг эластопластик муҳитда тарқалиш масаласи бўйича кейинги тадқиқотлар Мизес-Шлейхер-Боткин пластиклик шарти ва эластик потенциал мавжудлиги ҳақидаги гипотезага асосланиб, бу ерда ўзгарувчан Ламэ коэффициентлари чизиқли бўлмаган аналитик тарзда аниқланади.

Калим сўзлар: грунтнинг кўчиши ва зичлиги; портлаш; кучланиш тўлқинлари; грунтни моделиштириш; зарба тўлқини; сферик симметрия.

Nabiyev A.N., Nabiyev A.A. Relevance of studying the propagation of shock waves in soils and rocks at high voltages.

Abstract: Within the framework of the deformation theory of plasticity of Academician X. A. Rakhmatulin, the dynamic equation of the movement of soil layers was obtained, taking into account the experimental stresses. The direction of research on the propagation of spherical waves in elastoplastic media is based on the hypothesis of the presence of the Mises-Schleicher-Botkin plasticity condition and the elastic potential, where the variable Lamé coefficients are determined nonlinearly analytically.

Keywords: soil displacement and density; explosion; stress waves; soil modeling; shock wave; spherical symmetry.

УДК 539.3

РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ОРТОТРОПНЫХ ПЛАСТИН НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БИМОМЕНТНОЙ ТЕОРИИ

Исаев Г.У., Усаров Д.М., Аскарходжаев Ш.И.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений им.М.Т.Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан.

E-mail: davronbek.usarov@gmail.com

Аннотация: В данной работе разработан метод расчета толстых пластин. При этом считается что, толстая пластина покоится на упругом основании. Определяющие уравнения движения пластины рассмотрены в рамках бимоментной теории, усовершенствованная автором этой теории Усаровым М.К. В рамках данной теории установлены основные соотношения и уравнения движения рассматриваемой пластины. Основное внимание обращено на нелинейность закона распределения перемещений и напряжений по толщине пластины и их влияние на внутренних сил, моментов и бимоментов, возникающие внутри пластины. Приведен пример расчета упругих изгибных колебаний ортотропных, а также изотропных пластин на упругом основании. Проведенные расчеты убедительно доказывают что, применение бимоментной теории более эффективно и точно при оценке НДС пластин, чем традиционные методы расчетов

Ключевые слова: пластина, изотропная, ортотропная, коэффициент Пуассона, сейсмостойкость, конструкция, основание упругое, обобщенное перемещение, момент, бимомент.

Введение. В статье [1] дается оценка влияния классических и усовершенствованных конечных пластинчатых элементов на изгиб и вибрации слоистых композитов и многослойных конструкций. С этой целью результаты последних исследований авторов были распространены на динамику. Было реализовано и сравнено около 20 пластинчатых конечных эле-

ментов: классические, основанные на предположениях о перемещении, сравниваются с усовершенствованными смешанными элементами, которые сформулированы на основе смешанной вариационной теоремы Рейсснера.

Статья [2] посвящена получению собственных значений структур, обладающих модулем упругости и/или плотностью материала, которые изменяются от точки к точке. Существует большой выбор методов, которые могут работать со спектрами колебаний таких структур. В очень редких случаях есть возможность получить точное решение, обычно в терминах трансцендентных функций (гипергеометрических, Бесселя, Ломмеля и других специальных функций).

В статье [3] рассмотрен вопрос определения частот собственных колебаний модульных зданий. Определена зависимость между частотой пересечения первых одноэтажных зданий и частотой отдельного квартала. В работе показано влияние соотношения жесткостей горизонтальных и вертикальных элементов здания на величину первой частоты собственных колебаний. Выведена аналитическая формула для определения частоты первых собственных колебаний.

Устойчивость при динамической нагрузках круглых пластин из композитных и вязкоупругих материалов исследовано в работах [4, 5].

В статье [6] исследована собственная частота и режим вибрации многоэтажного офисного здания с наличием фундаментной системы и проведено сравнение обеих систем. В статье [7] рассмотрен расчет многоэтажного монолитного бетонного здания на землетрясение. Задача решается во временной области прямым динамическим методом. Прямое интегрирование уравнений движения осуществляется по явной схеме. Этот метод позволяет решить задачу в нелинейной динамической постановке с учетом геометрической и физической нелинейностей. Учет ползучести материала трехслойной пластины принят во внимание в статье [8] и приведено вывод уравнений. Рассмотрен пример расчета трехслойной пластины, шарнирно закрепленной на контуре и нагруженной равномерно распределенной нагрузкой. Поставленная задача решена МКЭ и проведен сравнительный анализ результатов с решением, основанным на методе конечных разностей. В [9] рассматриваются многослойные конструкции из вязкоупругих материалов и разработана конечно-элементная модель оптимизации демпфирования

Статьи [10-12] посвящены динамическим расчетам элементов коробчатой конструкции зданий на сейсмостойкость с учетом пространственной работы коробчатых элементов при действии динамических воздействий, заданных перемещением их нижней части по синусоидальному закону. Приведены уравнения движения для каждого из пластинчатых и балочных элементов коробчатой конструкции здания на основе теории Кирхгофа-Лява.

Следует отметить, что теория толстых пластин и методы их расчета с учетом сил, моментов и бимоментов обсуждались в [13, 14]. Статья [15] посвящена динамическому расчету коробчатой конструкции зданий на сейсмостойкость с учетом пространственной работы коробчатых элементов под действием динамического воздействия.

Как известно, в рамках общеизвестных теорий пластин, такие как Кирхгоф или Тимошенко, деформирование по толщине происходит по линейному закону. Если рассматривать задачу в трехмерной постановке, т.е. в рамках трехмерной теории упругости, то целесообразно отказаться от такой линейности распределения перемещений, деформации и напряжений исследуемых механических величин. Это объясняется тем что, относительно большой размер толщины не позволяет принимать каких-либо упрощающих гипотез. Итак, считаем что, зависимости искомых механических характеристик от толщины имеют нелинейный характер. Из этого следует что, необходимо учитывать все компоненты тензора напряжений и деформаций. В свою очередь, это приводит к учету бимоментов.

В данной статье также приведены результаты расчетов НДС ортотропных пластин на упругом основании, рассматриваемы в рамках бимоментной теории.

Постановка задачи. Рассматривается прямоугольная ортотропная толстая пластина. Ширина и высота пластины a и b соответственно. Полутолщина пластины считается равной h . Для механических характеристик пластины введем обозначения: для модулей упругости E_1, E_2, E_3 , для модулей сдвига G_{12}, G_{13}, G_{23} , для коэффициентов Пуассона; $\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$.

Задача рассматривается в прямоугольной системе координат: x_1, x_2 и z . При этом Ось OZ направим вертикально вниз по толщине пластины. Распределенные поверхностные нормальные и касательные нагрузки приложены к нижней и верхней части пластины $z = h$ и $z = -h$. Для нормальных нагрузок введем обозначения $q_3^{(+)}, q_3^{(-)}$, а для касательных нагрузок, которые направлены по осям $ox_1, ox_2 - q_k^{(+)}, q_k^{(-)}, (k = 1, 2)$.

Компоненты вектора перемещения определяются функциями трех пространственных координат и времени.

Компоненты вектора смещений $u = (u_1, u_2, u_3)$ зависят от пространственных координат x_1, x_2, z и времени t : $u_1 = u_1(x_1, x_2, z, t)$, $u_2 = u_2(x_1, x_2, z, t)$, $u_3 = u_3(x_1, x_2, z, t)$. Для компонент тензора деформации воспользуемся соотношениями Коши.

Бимоментная теория базируется на известных соотношениях Коши, обобщенном законе Гука, трехмерных уравнениях общей теории упругости. Граничные условия на лицевых поверхностях задаются как обычно. Для получения более точного выражения смещения $u = u(u_1, u_2, u_3)$ функция u разложена в ряд Тейлора около нуля.

В данной работе при определении выражений сил, моментов и бимоментов, а также уравнения относительно этих силовых факторов построены в рамках использованы обычные методы интегрирования уравнений движения общей теории упругости. При аппроксимации граничных условий компоненты перемещения разложены в ряд по одной из координат.

Как описано в [15], бимоментная теория пластин состоит из описания и решения двух независимых задачами. Решение каждой задачи сводится к решению системы из девяти уравнений. Первая из них является симметричной задачей о продольных колебаниях, в которой учитывается поперечное обжатие, а вторая – несимметричная задача изгиба с учетом поперечного сдвига материала толстой пластины.

В статье исследовано изгибно-сдвиговые колебания толстой пластины на упругом основании. Задачу изгибных колебаний толстой пластины рассмотрим в рамках бимоментной теории толстых пластин [15].

Бимоментная теория толстых пластин. Как сказано выше, решение задачи об изгибных колебаниях рассматриваемой пластины в рамках бимоментной теории и оно описывается определяющими уравнениями для искомых величин, т.е. моментов, перерезывающих сил и бимоментов, а также тремя уравнениями относительно обобщенных перемещений лицевых поверхностей пластины. Моменты, силы, и бимоменты представляются девятью неизвестными функциями, приведенными ниже:

$$\begin{aligned} \tilde{W} &= \frac{u_3^{(+)} + u_3^{(-)}}{2}, \quad \tilde{r} = \frac{1}{2h} \int_{-h}^h u_3 dz, \quad \tilde{\gamma} = \frac{1}{2h^3} \int_{-h}^h u_3 z^2 dz, \\ \tilde{u}_k &= \frac{u_k^{(+)} - u_k^{(-)}}{2}, \quad \tilde{\psi}_k = \frac{1}{2h^2} \int_{-h}^h u_k z dz, \quad \tilde{\beta}_k = \frac{1}{2h^4} \int_{-h}^h u_k z^3 dz, \quad (k = 1, 2). \end{aligned} \quad (1)$$

Изгибающие и крутящие моменты определяются в виде:

$$M_{11} = \frac{H^2}{2} \left(E_{11} H \frac{\partial \tilde{\psi}_1}{\partial x_1} + E_{12} H \frac{\partial \tilde{\psi}_2}{\partial x_2} - E_{13} \frac{2(\tilde{r} - \tilde{W})}{H} \right), \quad (2)$$

$$M_{22} = \frac{H^2}{2} \left(E_{12} H \frac{\partial \tilde{\psi}_1}{\partial x_1} + E_{22} H \frac{\partial \tilde{\psi}_2}{\partial x_2} - E_{23} \frac{2(\tilde{r} - \tilde{W})}{H} \right), \quad M_{12} = M_{21} = G_{12} \frac{H^2}{2} \left(\frac{\partial \tilde{\psi}_1}{\partial x_2} + \frac{\partial \tilde{\psi}_2}{\partial x_1} \right),$$

где $E_{11}, E_{12}, \dots, E_{33}$ – упругие константы.

Перерезывающие силы определяются в виде

$$Q_{13} = G_{13} (2\tilde{u}_1 + H \frac{\partial \tilde{r}}{\partial x_1}), \quad Q_{23} = G_{23} (2\tilde{u}_2 + H \frac{\partial \tilde{r}}{\partial x_2}). \quad (3)$$

В уравнениях (2), (3) грузовые члены определяются по формулам:

$$\tilde{q}_k = \frac{q_k^{(+)} + q_k^{(-)}}{2}, \quad (k=1,2), \quad \tilde{q}_3 = \frac{q_3^{(+)} - q_3^{(-)}}{2}.$$

Уравнения движения в моментах и силах имеют вид:

$$\frac{\partial M_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial M_{12}}{\partial x_2} - Q_{13} + H\tilde{q}_1 = \frac{H^2}{2} \rho \ddot{\tilde{\psi}}_1, \quad \frac{\partial M_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial M_{22}}{\partial x_2} - Q_{23} + H\tilde{q}_2 = \frac{H^2}{2} \rho \ddot{\tilde{\psi}}_2, \quad (4)$$

$$\frac{\partial Q_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial Q_{23}}{\partial x_2} + 2\tilde{q}_3 = \rho H \ddot{\tilde{r}}. \quad (5)$$

Бимоменты P_{11}, P_{22}, P_{12} , порождаемые при изгибе и сдвиге пластины, определяются по следующим формулам:

$$P_{11} = \frac{H^2}{2} \left(E_{11} \frac{\partial \tilde{\beta}_1}{\partial x_1} + E_{12} \frac{\partial \tilde{\beta}_2}{\partial x_2} - E_{13} \frac{2(3\tilde{\gamma} - \tilde{W})}{H} \right),$$

$$P_{22} = \frac{H^2}{2} \left(E_{12} \frac{\partial \tilde{\beta}_1}{\partial x_1} + E_{22} \frac{\partial \tilde{\beta}_2}{\partial x_2} - E_{23} \frac{2(3\tilde{\gamma} - \tilde{W})}{H} \right), \quad (6)$$

$$P_{12} = P_{21} = \frac{H^2}{2} G_{12} \left(\frac{\partial \tilde{\beta}_1}{\partial x_2} + \frac{\partial \tilde{\beta}_2}{\partial x_1} \right).$$

Интенсивности поперечных касательных и нормальных бимоментов $\tilde{p}_{13}, \tilde{p}_{23}$ и $\tilde{p}_{33}$ определяются выражениями

$$\tilde{p}_{k3} = G_{k3} \left(\frac{2\tilde{u}_k - 4\tilde{\psi}_k}{H} + \frac{\partial \tilde{\gamma}}{\partial x_k} \right), \quad (k=1,2), \quad \tilde{p}_{33} = E_{31} \frac{\partial \tilde{\psi}_1}{\partial x_1} + E_{32} \frac{\partial \tilde{\psi}_2}{\partial x_2} - E_{33} \frac{2(\tilde{r} - \tilde{W})}{H}. \quad (7)$$

Уравнения относительно бимоментов при изгибе и поперечном сдвиге получаются в виде:

$$\frac{\partial P_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{12}}{\partial x_2} - 3\tilde{p}_{13} + H\tilde{q}_1 = \frac{H^2}{2} \rho \ddot{\tilde{\beta}}_1, \quad \frac{\partial P_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{22}}{\partial x_2} - 3\tilde{p}_{23} + H\tilde{q}_2 = \frac{H^2}{2} \rho \ddot{\tilde{\beta}}_2, \quad (8)$$

$$H \frac{\partial \tilde{p}_{13}}{\partial x_1} + H \frac{\partial \tilde{p}_{23}}{\partial x_2} - 4\tilde{p}_{33} + 2\tilde{q}_3 = H \rho \ddot{\tilde{\gamma}}. \quad (9)$$

Уравнения (2), (3), (8) и (9) составляют совместную систему шести уравнений относительно девяти неизвестных функций: $\tilde{\psi}_1, \tilde{\psi}_2, \tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{r}, \tilde{\gamma}, \tilde{W}$.

Уравнения (2), (3), (8) и (9) содержатся девять неизвестные функции, что недостаточно для однозначного решения поставленной задачи. Для однозначности требуются ещё три уравнения. Для построения этих недостающих уравнений разложим перемещения $\mathbf{u}$ в ряд Маклорена. Приведем эти уравнения для задачи об изгибных колебаниях:

$$\frac{\partial \tilde{\sigma}_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tilde{\sigma}_{12}}{\partial x_2} + \frac{\tilde{\sigma}_{13}^*}{H} = \rho \ddot{\tilde{u}}_1, \quad \frac{\partial \tilde{\sigma}_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tilde{\sigma}_{22}}{\partial x_2} + \frac{\tilde{\sigma}_{23}^*}{H} = \rho \ddot{\tilde{u}}_2, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \tilde{q}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \tilde{q}_2}{\partial x_2} + \frac{\tilde{\sigma}_{33}^*}{H} = \rho \tilde{W}. \quad (11)$$

Здесь $\tilde{\sigma}_{11}$, $\tilde{\sigma}_{12}$, $\tilde{\sigma}_{22}$ определяются из закона Гука с учетом условий на лицевых поверхностях:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= E_{11}^* \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_1} + E_{12}^* \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial x_2} + \frac{E_{13}}{E_{33}} \tilde{q}_3, \quad \tilde{\sigma}_{22} = E_{12}^* \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_1} + E_{22}^* \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial x_2} + \frac{E_{23}}{E_{33}} \tilde{q}_3, \\ \tilde{\sigma}_{12} &= G_{12} \left(\frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_2} + \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial x_1} \right), \end{aligned} \quad (12)$$

здесь $E_{11}^* = E_{11} - \frac{E_{13}}{E_{33}} E_{31}$, $E_{22}^* = E_{22} - \frac{E_{23}}{E_{33}} E_{32}$, $E_{12}^* = E_{12} - \frac{E_{23}}{E_{33}} E_{31}$.

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{\sigma}_{3k}^*}{H} &= G_{k3} \frac{210(33\tilde{\beta}_k - 9\tilde{\psi}_k - 4\tilde{u}_k)}{H^2} + G_{k3} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\tilde{q}_3}{E_{33}} - \frac{E_{31}}{E_{33}} \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_1} - \frac{E_{32}}{E_{33}} \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial x_2} \right) + \\ &+ \frac{42}{H} \left(\tilde{q}_k - G_{k3} \frac{\partial \tilde{W}}{\partial x_k} \right), \quad (k=1,2), \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{\sigma}_{33}^*}{H} &= E_{33} \frac{210(9\tilde{\gamma} - 2\tilde{W} - \tilde{r})}{H^2} + E_{31} \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\tilde{q}_1}{G_{13}} - \frac{\partial \tilde{W}}{\partial x_1} \right) + E_{32} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{\tilde{q}_2}{G_{23}} - \frac{\partial \tilde{W}}{\partial x_2} \right) + \\ &+ \frac{30}{H} \left(\tilde{q}_3 - E_{31} \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_1} - E_{32} \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial x_2} \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Система уравнений (2), (3), (8) - (11) составляет совместную систему относительно девяти неизвестных функций $\tilde{\psi}_1$, $\tilde{\psi}_2$, $\tilde{u}_1$, $\tilde{u}_2$, $\tilde{\beta}_1$, $\tilde{\beta}_2$, $\tilde{r}$, $\tilde{\gamma}$, $\tilde{W}$.

При написании уравнения движения (10) и (11) удержаны первые восемь члены ряда Маклорена, что обеспечивает точность до шестого порядка $o((H/10a)^6)$.

Отметим что, учет нелинейности распределения перемещений в поперечных сечениях и всех видов компонентов тензора деформаций, напряжений требует введения в рассмотрение бимоментов. В данной работе предложены аналитические формулы для определения в поперечных сечениях сил, моментов и бимоментов.

Пример. В качестве примера приложения разработанной бимоментной теории пластин к практически важным задачам, рассмотрим динамическую задачу изгиба и колебаний пластины на упругом основании, подверженную воздействию внешней динамической нагрузки, заданная в виде функции Хевисайда. Эти силы приложены к лицевой поверхности $z = -h$ в виде

$$q_3^{(-)} = \begin{cases} 0, & \text{при } t \leq 0; \\ -q_0, & \text{при } t > 0, \end{cases}$$

здесь q_0 – параметр нагрузки.

Исходя из физических соображений, можно считать что, обобщенные перемещения $\bar{u}_1$, $\bar{u}_2$, $\bar{W}$ малы по сравнению с обобщенными перемещениями $\tilde{u}_1$, $\tilde{u}_2$, $\tilde{W}$. Во вторых, это допущение обеспечивает независимость второй задачи изгиба и колебаний пластин бимоментной теории от первой задачи, описывающей растяжение – сжатие с учетом поперечного обжатия пластины. В свою очередь, это помогает в дальнейших математических выкладках. Контактные силы, возникающие при контакте пластины с упругим основанием определяются следующими выражениями:

$$\tilde{q}_1 = \frac{k_1}{2} \tilde{u}_1 + q_1^{(-)}, \quad \tilde{q}_2 = \frac{k_2}{2} \tilde{u}_2 + \frac{1}{2} q_2^{(-)}, \quad \tilde{q}_3 = \frac{k_3}{2} \tilde{W} - \frac{1}{2} q_3^{(-)},$$

где k_1, k_2, k_3 – коэффициенты постели упругого основания.

Считается, что край пластины $x_2 = 0$ жестко зашпелен. Остальные края пластины свободны от опор. На зашпеленном крае пластины перемещения равны нулю:

$$\tilde{\psi}_1 = 0, \quad \tilde{\beta}_1 = 0, \quad \tilde{\psi}_2 = 0, \quad \tilde{\beta}_2 = 0, \quad \tilde{u}_1 = 0, \quad \tilde{u}_2 = 0, \quad \tilde{r} = 0, \quad \tilde{\gamma} = 0, \quad \tilde{W} = 0, \quad (15)$$

А на свободных краях пластины $x_1=0, x_1=a, x_2=b$ силы, моменты и бимоменты равны нулю.

$$M_{11} = 0, \quad M_{12} = 0, \quad P_{11} = 0, \quad P_{12} = 0, \quad Q_{13} = 0, \quad \tilde{p}_{13} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{11} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{12} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{11}^* = 0. \quad (16)$$

$$M_{22} = 0, \quad M_{12} = 0, \quad P_{22} = 0, \quad P_{12} = 0, \quad Q_{23} = 0, \quad \tilde{p}_{23} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{22} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{12} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{22}^* = 0. \quad (17)$$

Поставленная задача описывается уравнениями движения бимоментной теории пластин (2), (3), (8) – (11) и граничными условиями (15) – (17) и решена методом конечных разностей. Максимальные напряжения пластины определяются выражениями (12).

Анализ численных результатов. Выполнены расчеты для ортотропных квадратных пластин. Получены безразмерные численные результаты расчета перемещений и напряжений для квадратной ортотропной пластины СВМ 15:1 с упругими характеристиками $E_1 = 4,6 * E_0, E_2 = 1,6 * E_0, E_3 = 1,12 * E_0, G_{12} = 0,56 * E_0, G_{13} = 0,43 * E_0, G_{23} = 0,33 * E_0, \nu_{21} = 0,27, \nu_{31} = 0,07, \nu_{23} = 0,3$, здесь $E_0 = 10^4 \text{ МПа}$.

Безразмерные значения коэффициентов взаимодействия задаются в следующем виде: $k_1 = 0, k_2 = 0, \frac{k_3 H}{E_0} = 0,03$.

Численные результаты определены для ортотропных пластин, построенных по бимоментной теории и по теории Тимошенко. Ниже приведены численные результаты динамического расчета толстой пластины на упругом основании с одним свободным ($y_1=b$) и остальными зашпеленными краями ($x_1=0, x_1=a, y_1=0$).

Напряжения в пластине $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}$ вычислены по формулам (12). В статье представлены численные результаты, вычисленные нами по теории Тимошенко с коэффициентом сдвига $k^2=2/3$.

В таблице 1 представлены результаты расчетов по нормальным перемещениям и напряжениям для изотропных квадратных пластин средней толщины с размерами в плане $a=b=10 \text{ Н}$, полученные по бимоментной теории и теории Тимошенко.

Таблица 1.

Перемещения и напряжения изотропной пластины с размерами в плане $a = b = 10 \text{ Н}$ по бимоментной теории и теории Тимошенко

Бимоментная теория				Теория Тимошенко			
$\frac{\sigma_{11}}{q_0}$	$\frac{\sigma_{22}}{q_0}$	$\frac{2M_{11}}{H^2 q_0}$	$\frac{\tilde{r} E_0}{H q_0}$	$\frac{\sigma_{11}}{q_0}$	$\frac{\sigma_{22}}{q_0}$	$\frac{2M_{11}}{H^2 q_0}$	$\frac{\tilde{r} E_0}{H q_0}$
-27.325	-18.885	-6.597	-104.488	-22.715	-14.964	-5.210	-100.197

Из этой таблицы видно, что максимальные значения σ_{11} равны $\sigma_{11} = -27.325 q_0$ и $\sigma_{11} = -22.715 q_0$ по двум теориям. Максимальное же значение безразмерного напряжения σ_{22} достигается в точке $x_1=a/2, y_1=0$ и равно по бимоментной теории и теории Тимошенко, соответственно $\sigma_{22} = -18.885 q_0$ и $\sigma_{22} = -14.964 q_0$. Разница оказалось примерно 15- 20%.

По бимоментной теории максимальное значение нормального перемещения получилось равным $\tilde{r} = -104.488 H q_0 / E_0$, а по теории Тимошенко $\tilde{r} = -100.197 H q_0 / E_0$. Нетрудно видеть, что разница в этом случае составляет всего 4%.

В той же точке изгибающий момент M_{11} также достигает максимума и его величина составляет $M_{11} = -6.597 \frac{H^2}{2} q_0$ - по бимоментной теории и $M_{11} = -5.210 \frac{H^2}{2} q_0$ - по теории

Тимошенко. Здесь ошибка по теории Тимошенко составляет больше 22%.

В заключении можно сказать, что разница расчетов, с увеличением толщины полученных по бимоментной теории и теории Тимошенко, увеличивается, а также значения напряжений для ортотропных пластин значительно больше, чем для изотропных пластин. Заметим, что расчеты выполнены в среде Delphi.

Заключение. В данной работе усовершенствованная бимоментная теория толстых ортотропных пластин. Отметим, что бимоменты появляются из-за нелинейности закона распределения перемещений в поперечных сечениях. Построенные аналитические формулы позволяют определить моменты, бимоменты и сил внутри пластинчатых строительных объектов. При этом учитывается поперечные сдвиги и обжатия, а также растяжения и сжатия срединной плоскости пластин.

Все выполненные расчеты относятся к толстым пластинам и пластинам средней толщины на упругом основании. Эффект учета бимоментов в поперечных сечениях пластины проявляется в разнице полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] E. Carrera, L. Demasi, M. Manganello. Assessment of Plate Elements on Bending and Vibrations of Composite Structures. Department of Aerospace Engineering, Politecnico di Torino, Torino, Italy. Mechanics of Advanced Materials and Structures, 9:333–357, 2002.
- [2] Isaac Elishakoff. Vibrations of Beams and Plates: Review of First Closed-Form Solutions in the Past 250 Years. Department of Mechanical Engineering, Florida Atlantic University, Boca Raton, FL 33431, USA.
- [3] Vyacheslav Shirokov, Igor Kholopov, Aleksey Solovejv. (2016) Determination of the Frequency of Natural Vibrations of a Modular Building / XXV Polish – Russian – Slovak Seminar “Theoretical Foundation of Civil Engineering”. doi: 10.1016/j.proeng.2016.08.218
- [4] D. Pawlus. “Dynamic response of three-layer annular plate with damaged composite facings,” (Arch Mech Eng vol. 2018), Pp. 65-83.
- [5] D. Pawlus. Dynamic stability of three-layered annular plates with wavy forms of buckling. (Acta Mech 2015), pp. 216-123.
- [6] T N T Chik, M F Zakaria, M A Remali and N A Yusoff. (2015) Vibration Response of Multi Storey Building Using Finite / Element Modelling IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 136 (2016) 012037 doi:10.1088/1757-899X/136/1/012037
- [7] Oleg V. Mkrticheva, Guram A. Dzinchvelashvilia, Marina S. Busalova. (2015) Calculation of a multi-storey monolithic concrete building on the earthquake in nonlinear dynamic formulation / XXIV R-S-P seminar, Theoretical Foundation of Civil Engineering (24RSP) doi: 10.1016/j.proeng.2015.07.039
- [8] Anton Chepurnenko, Andrei Savchenko, and Svetlana Yazyeva. Calculation of a three-layer plate by the finite element method taking into account the creep of the filler//MATEC Web of Conferences 129, 05008 (2017).
- [9] Moita, J.S.; Araújo, A.L.; Mota Soares, C.M.; Mota Soares, C.A. Finite element model for damping optimization of viscoelastic sandwich structures. Adv. Eng. Softw. 2013, 66, 34–39.
- [10] M. Mirsaidov, M. Usarov, and G. Mamatisaev. “Calculation methods for plate and beam elements of box-type structure of building,” E3S Web of Conferences 264, 03030 (2021).
- [11] M. Usarov; G. Mamatisaev; D. Usarov. Calculation of the box structure of large-panel buildings // AIP Conference Proceedings 2612, 040014 (2023) <https://doi.org/10.1063/5.0116871>
- [12] Makhamatali Usarov, Giyosiddin Mamatisaev, Davronbek Usarov. Calculation of compelled fluctuations of panel buildings E3S Web of Conferences 365CONMECHYDRO - 2022, 02002 (2023).
- [13] M K Usarov and G I Mamatisaev. Calculation on seismic resistance of box-shaped structures of large-panel buildings//IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 971 (2020) 032041//doi:10.1088/1757-899X/971/3/032041
- [14] Usarov Makhamatali and Usanov Furqat. On solution of the problem of bending and vibrations of thick plates on the basis of the bimoment theory//Cite as: AIP Conference Proceedings 2637, 030016 (2022).
- [15] M. Mirsaidov, M. Usarov. “Bimoment theory construction to assess the stress state of thick orthotropic plates,” (IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 2020, 614(1)), pp. 012090.

Дата поступления
18.07.2024

Усаров Д.М., Аскарходжаев Ш.И., Курбанбаев М.Ш., Бимоментли назариядан фойдаланган ҳолда эластик асосдаги ортотроп пластиналарнинг кучланганлик- деформацияланганлик ҳолатини баҳолаш.

Аннотация. Мақола қалин пластиналарнинг ҳисоблаш усулини ишлаб чиқишга бағишланган. Пластина эластик асосда ётган деб ҳисобланган. Тенгламалр бимоментли назариясининг унинг муаллифи М.К.Усаров томонидан такомиллаштирилган варианты доирасида ишлаб чиқилган. Асосий эътибор силжишлар ва кучланишларни, кучлар, моментлар ва бимоментларнинг пластинанинг қалинлиги бўйича тақсимланиш қонунининг нозичиқилигига қаратилган. Ҳисоблаш намунаси сифатида эластик асосда ётган изотроп ва ортотроп пластиналарнинг эластик эгилиш тебранишлари кўриб чиқилган. Олинган натижа қалин пластиналарнинг кучланганлик- деформацияланганлик ҳолатини баҳолашда тавсия этилган бимоментли назариянинг самарадорлиги ва аниқлигини кўрсатди.

Калим сўзлар: пластина қалин изотроп, ортотроп, Пуассон коэффициент, сейсмомустаҳкамлик, конструкция, эластик асос, умумлашган кўчиш, момент, бимомент.

Usarov D.M., Askarhodzhaev Sh.I., Kurbanbaev M.Sh., Assessment of the stress-strain state of orthotropic plates on an elastic foundation using bimoment theory

Abstract. The paper is devoted to developing a method for calculating thick plates on an elastic foundation within the framework of three-dimensional elasticity theory using the improved bimoment theory. The main relationships and equations of plate motion are given and constructed relative to forces, moments, and bimoments arising due to the nonlinearity of the law of distribution of displacements and stresses across its thickness. As an example of calculation, bending and vibrations of isotropic and orthotropic plates on an elastic foundation are considered. The solution obtained demonstrated the efficiency and accuracy of the proposed bimoment theory in assessing the stress-strain state of thick plates.

Keywords: thick orthotropic plate, elastic foundation, Hooke's law, three-dimensional theory, bimoment theory, infinite series, transverse load, numerical solution.

УДК. 63.1+632.034

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОТЫ ВЕНТИЛЯТОРНОГО ОПРЫСКИВАТЕЛЯ С ДВОЙНЫМ СОПЛОМ

Матчанов Р.Д., Юлдашев А.И.

СП ООО «AGRIXIM», Ташкент, Узбекистан.

E-mail: agrixim@mail.ru

Аннотация: В данной статье установлено необходимое количество в парке машин для химической защиты растений вентиляторных опрыскивателей с двойным соплом. Определены технологические методы повышения эффективности их работы. Установлены групповой метод эксплуатации данных опрыскивателей, а также условия их бесперебойной работы. Проведен расчет количества заправочных устройств. Предложены направления дальнейшего совершенствования технологии химической обработки хлопчатника, в т.ч. его дефолиации.

Ключевые слова: Опрыскиватель, хлопчатник, дефолиация, химические растворы, заправочное устройство.

Введение. Одним из главных агротехнических мероприятий по подготовке посевов хлопчатника для машинного сбора урожая хлопка является дефолиация [1]. При дефолиации на 10-15% повышается производительность хлопкоуборочных машин.

Для химической обработки растений, в т.ч. хлопчатника, используются штанговые и вентиляторные опрыскиватели [2]. Опрыскивание заключается в нанесении на обрабатываемые поверхности (листья растений, тела насекомых) пестицидов [3, 4] в капельно жидком состоянии (растворы, эмульсии, суспензии) специальными машинами, которые и называются опрыскивателями.

Одним из главных показателей качества химической обработки растений является дисперсность распыливания рабочей жидкости [5].

По степени дисперсности распыла и нормам внесения жидкости на единицу обрабатываемой площади различаются полнообъемные (ПО), малообъемные (МО) и ультрамалообъемные (УМО) опрыскиватели [6]. Малообъемные опрыскиватели, в т.ч. разработанный нами [7] (VP-1В), распыливают рабочую жидкость высокой концентрации на капли размером 50-250 мкм и дозами 10-200 л/га на полевых и 100-500 л/га садовых культурах. Применение технологии малообъемного опрыскивания с более высокой концентрацией рабочего раствора предъявляет более высокие требования к тщательному проведению работ. Необходимо создать условия для бесперебойной работы имеющегося парка опрыскивателей с минимальными потерями времени на заправку, переезды, обслуживание и т.д.

Малообъемное опрыскивание культур, имеющих высокий стебель или густую листву (хлопчатник, кукуруза, картофель), имеет свои особенности в том случае, когда их необходимо опрыскнуть по всей высоте или, когда листья должны быть покрыты жидкостью с обеих сторон [8].

Обработка растений со сниженными нормами расхода рабочей жидкости является прогрессивной. Исследованиями Среднеазиатского НИИ защиты растений и другими организациями [1] доказано, что снижением расхода жидкости (до 50-100 л/га) норма расхода препарата не уменьшается и не снижается эффективность борьбы с вредителями и болезнями хлопчатника и других культур. При этом экономическая эффективность по сравнению

с обычным опрыскиванием (400 л/га и более) достигается за счет сокращения числа заправок опрыскивателей и уменьшения общего времени на заправку баков машин, повышения их производительности, сокращения затрат на подвозку воды и приготовления растворов.

Целью исследований является повышение эффективности работы вентиляторного опрыскивателя с двойным соплом.

Методы. В данной работе использованы основы гидравлики, высшей математики, ГОСТы, справочные материалы. Экспериментальные исследования проведены согласно О'z DSt 3203-2017 «Испытания сельскохозяйственной техники. Опрыскиватели и опыливатели. Методы испытаний».

Результаты. При химической обработке растений важен выбор схемы приготовления рабочей жидкости, ее транспортировка и заправка опрыскивателей. Там, где размеры полей невелики, опрыскиватели работают небольшими группами или индивидуально [9].

Вентиляторный опрыскиватель с двойным соплом VP-1IB [7] обеспечивает малообъемную, мелкодисперсную обработку растений хлопчатника [10]. Опрыскиватель VP-1IB показан на рис.



Рис.1. Опрыскиватель VP-1IB с двойным соплом

Потребный парк опрыскивателей зависит от ряда факторов, включая имеющиеся площади посевов, сроки проведения работ, производительность техники и др. На практике наблюдается разномарочность машин, что затрудняет определение их необходимого количества расчетным путем. Поэтому отдельно определяется необходимое количество каждой марки машин для конкретных участков. В Узбекистане площади посевов хлопчатника достигают 1,2 млн.га. Одним из главных агротехнических приемов при возделывании хлопчатника является дефолиация. Определим потребность в вентиляторных опрыскивателях VP-1IB для эффективного проведения дефолиации на имеющихся площадях.

Допустим, что на штанговые и вентиляторные опрыскиватели разных марок приходится 90% площадей. Тогда нашей задачей становится обеспечение сельхозпроизводителей новыми опрыскивателями с двойным соплом, а также создание условий для их эффективного использования.

Необходимое число опрыскивателей для каждого конкретного случая находим по формуле [9]:

$$N = \frac{S}{T\omega_0 t}. \quad (1)$$

Здесь N – число опрыскивателей марки VP-1IB, шт.; S – обрабатываемая площадь, га; T – число дней работы опрыскивателя в напряженный период; ω_0 – производительность работы

опрыскивателя, га/ч; t – установленная в хозяйстве продолжительность рабочего дня, ч. Считаем, что на долю опрыскивателей VP-1В приходится 10% площадей под хлопчатник (1,2 млн.га х 0,1=120 тыс.га). Число дней работы опрыскивателя в напряженный период примем 10, установленная продолжительность работы опрыскивателя в смену равна 7ч. Тогда

$$\omega_0 = 0,1BV_M = 0,1 \cdot 25 \cdot 3,9 = 9,75 \text{ га/ч, где}$$

$B=25\text{м}$ – ширина захвата опрыскивателя, $V_M=3,9\text{км/ч}$ – рабочая скорость машины.

Подставив принятые параметры в формулу (1), получим $N=175$ шт.

Эффективность работы опрыскивателей зависит от своевременного и бесперебойного заполнения их баков рабочим раствором. Если рабочий раствор приготавливается в самих баках, то необходимо привозить воду.

Примем групповой метод работы опрыскивателей по 3 шт. в группе.

Необходимое количество заправочных агрегатов для обеспечения одновременной работы опрыскивателей определяется часовым расходом рабочей жидкости.

$$q = \frac{SQ}{Tt \cdot 1000}, \quad (2)$$

где q – расход жидкости, л/ч; S – площадь, засеянная хлопчатником, которая обрабатывается одновременно имеющимися опрыскивателями данной марки, га; Q – установленная норма расхода препарата, л/га; 1000 – коэффициент перевода в м^3 .

Приняв $S=10000$ га и подставив принятые параметры в формулу (2) получим

$$q = \frac{10000 \cdot 150}{10 \cdot 7 \cdot 1000} = 1,285 \text{ м}^3/\text{ч}.$$

Если известна часовая производительность заправочного агрегата и расход препарата опрыскивателями, то необходимое количество заправочных агрегатов будет равно (шт)

$$n_3 = \frac{q}{\omega_3}, \quad (3)$$

где q – расход препарата опрыскивателями, $\text{м}^3/\text{ч}$; ω_3 – производительность заправочного агрегата, $\text{м}^3/\text{ч}$;

Бесперебойная работа парка опрыскивателей зависит от количества заправочных агрегатов. Необходимо учесть, что емкость баков опрыскивателей и заправочных агрегатов разная. Установим для каждого опрыскивателя время от одной заправки до другой [11]

$$T_0 = \frac{600 \cdot Q_p}{B_M n Q V_M} + \frac{t_1(X-1)}{60} + t_2, \quad (4)$$

где T_0 – время опорожнения бака опрыскивателя, в период работы, мин; Q_p – емкость бака опрыскивателя, л; B_M – ширина междурядья, м; n – число обрабатываемых междурядий, шт.; Q – норма расхода препарата, л/га; V_M – рабочая скорость машины, км/ч; t_1 – время поворота опрыскивателя, сек.; X – число рабочих ходов; t_2 – суммарное время подъезда опрыскивателя к заправочному агрегату и возвращения к месту работы, мин.

Определим число рабочих ходов

$$X = \frac{10000 \cdot Q_p}{B n Q \ell}, \quad (5)$$

где ℓ – длина гона, м.

Чтобы определить T_0 экспериментально установим следующие параметры. $Q_p=600$, $B=0,9\text{м}$, $n=28$, $Q=150$ л/га, $V_M=3,9$ км/ч, $t_1=45$ сек, $t_2=3$ мин

Получим

$$X = \frac{10000 \cdot 600}{0,9 \cdot 28 \cdot 150 \cdot 350} = 5.$$

Установленные параметры представим в формулу (4) и получим период работы опрыскивателя от одной заправки до другой: $T_0=33,5$ мин. Общий расход препарата при работе имеющихся опрыскивателей VP-1В будет равен

$$\Sigma q_0 = q_0 n, \quad (6)$$

где Σq_0 – общий расход препарата, л; q_0 – расход препарата одним работающим опрыскивателем, л. Установим продолжительность одного рейса заправочного агрегата

$$T_3 = t_3 + \frac{60 \cdot 2 \cdot L}{V_3} + t_0 n_0, \quad (7)$$

T_3 – продолжительность рейса заправочного агрегата, мин; t_3 – время заполнения емкости заправочного агрегата, мин; L – общий путь опрыскивателя (туда и обратно) от места заправки до конечного места работы (опорожнения), км; V_3 – транспортная скорость заправочного агрегата, км/ч; t_0 – время на заправку бака опрыскивателя, мин; n_0 – число опрыскивателей, баки которых заправляются за один рейс заправочного агрегата, шт.

При $t_3=6$ мин; $L=2$ км; $V_3=10$ км/ч; $t_0=2$ мин; $n_0=3$. по формуле (7), получим

$$T_3 = 6 + \frac{60 \cdot 2 \cdot 2}{10} + 2 \cdot 3 = 36 \text{ мин.}$$

Тогда необходимое количество заправочных агрегатов будет равно

$$n_3 = \frac{T_3 \omega_1}{t Q_p n_0}, \quad (8)$$

Здесь n_3 – количество заправочных агрегатов, шт.; T_3 – время рейса одного заправочного агрегата, мин; ω_1 – емкость бака заправочного агрегата, л; t – время цикла работы одного опрыскивателя, ч; Q_p – емкость бака опрыскивателя, л; n_0 – число опрыскивателей которые работают в одной группе, шт.

Приняв $T_3=36$ мин; $\omega_1=3000$ л; $t=33,5$ мин; $Q_p=600$ л; $n_0=3$ шт, получим $n_3 \approx 2$ шт.

Для одновременной эффективной работы всего парка (175 шт.) опрыскивателей с двойным соплом необходимо иметь 116 заправщиков.

Резервуары заправочных устройств, где хранится и перевозится рабочая жидкость обычно имеют форму цилиндра с поперечным сечением в виде круга или эллипса. Применяются не плоские, а сферические днища (передняя и задняя стенки) резервуаров.

Определим объем резервуара цилиндрической формы с поперечным круговым сечением и сферическими днищами по следующей формуле

$$\omega_1 = 0,785 d^2 (L_p + \ell_p) + 1,047 \ell_p^3$$

где ω_1 – объем резервуара заправочного агрегата, м³; L_p – длина основной (цилиндрической части, м; ℓ_p – длина дна высота сегмента) резервуара, м; d – диаметр цилиндрической части резервуара заправочного агрегата, м. Учитывая, что выше принятый объем резервуара заправщика равен 3000 л, получим $L_p=2,6$ м; $d=1,2$ м; $\ell_p=0,3$ м.

Заключение. Эффективную эксплуатацию вентиляторных опрыскивателей с двойным соплом (VP-1В) можно обеспечить их групповым использованием по 3 машины в группе. Для бесперебойной работы созданного парка (175 шт.) опрыскивателей данного типа необходимо иметь 116 заправочных устройств. Дальнейшие работы по повышению производительности опрыскивателей необходимо вести в направлении сокращения расхода рабочей жидкости, уменьшения времени обслуживания опрыскивателей, повышения их рабочей скорости.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Справочник по хлопководству. Ташкент. «Узбекистан», 1981. с. 207-209.
- [2] Система машин и технологий для комплексной механизации сельскохозяйственного производства на 2011-2016 гг. Часть 1. Растениеводство. Ташкент. 2013. – 199 с.
- [3] Ганиев М.М., Недорезов В.Д. Химические средства защиты растений. Санкт-Петербург, «Москва-Краснодар», 2013. – 400 с.
- [4] Гриценко В.В., Стройков Ю.М., Третьяков Н.Н. Вредители и болезни сельскохозяйственных культур. Москва, «Академия», 2012. – 220 с.
- [5] Берим Н. Химическая защита растений. Ленинград, «Колос», 1966. с.54-55.
- [6] Матчанов Р.Д. Защита растений в системе «культура-вредитель-препарат-машина». Ташкент, «Фан», 2016. с. 301-302.

- [7] Патент IAP05658. Опрыскиватель. Матчанов Р.Д., Казарез Л.А., Гуссарди П., Юлдашев А.И., Артемьев В.П.
- [8] Алимхамедов С.Н. Прогрессивные методы защиты хлопчатника от вредителей, болезней и сорняков. Сб. докл. «Дальнейшее развитие хлопководства в СССР». Москва, «Колос», 1979. с. 428-431.
- [9] Справочник по механизации хлопководства. Ташкент, «Узбекистан», 1981. с. 173-174.
- [10] Матчанов Р.Д., Юлдашев А.И., Воинов С.Н. Исследование качества обработки растений хлопчатника опрыскивателем с двойным соплом. Ташкент, «Агротехника дунёси», №07(09), июль, 2018. с. 32-35.
- [11] Кутейников В.К., Лосев Н.П., Четвертаков А.В. и др. Механизация работ в садоводстве. Москва, «Колос», 1983. – 319 с.

Дата поступления
18.04.2024

Матчанов Р.Д., Юлдашев А.И. Икки соплога эга вентиляторли пуркагичларнинг самарадорлигини оширишнинг технологик усуллари.

Аннотация: Ушбу мақолада ўсимликларни кимёвий ҳимоя қилиш учун машиналар паркида икки соплога эга вентиляторли пуркагичларнинг керакли сони белгиланди. Уларнинг иш самарадорлигини оширишнинг технологик методлари аниқланди. Ушбу пуркагичлардан фойдаланишнинг гуруҳ методи, шунингдек уларнинг узлуксиз ишлаш шартлари таклиф этилади. Ёқилги қўйиш қурilmалари сони ҳисоблаб чиқилди. Ғўзани кимёвий қайта ишлаш технологиясини, шу жумладан унинг дефолиациясини янада такомиллаштириш йўналишлари таклиф этилди.

Калим сўзлар: Пуркагич, ғўза, дефолиация, кимёвий эритмалар, ёқилги қўйиш қурilmаси.

Matchanov R.D., Yuldashev A.I. Technologies for double nozzle blower sprayer performance improvement

Abstract: This article establishes the necessary number of fan sprayers with double nozzle in the park of machines for chemical plant protection. Technological methods of increasing the efficiency of their work are determined. The group method of operation of these sprayers, as well as the conditions of their uninterrupted operation are proposed. Calculation of the number of filling devices is carried out. Directions of further improvement of cotton chemical treatment technology, including its deleafing, are suggested.

Key words: Sprayer, cotton, deleafing, chemical solutions, filling device.

УДК 631.358: 633.511

О ПРОЦЕССЕ СЪЕМА ХЛОПКА СО ШПИНДЕЛЕЙ

Ризаев А.А., Кулдошев Д.А., Джураева Н.Б.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан
E-mail: don_02@mail.ru

Аннотация: Съём хлопка со шпинделей хлопкоуборочного аппарата является одним из основных звеньев в технологическом процессе машинного сбора хлопка. В статье приведены анализ результатов, полученных исследователями на основе материалов скоростных киносъёмок взаимодействия хлопконесущего шпинделя и ротационного съёмника. Описаны особенности процесса съёма хлопка с горизонтально- и вертикально расположенных шпинделей на барабане. При этом перед взаимодействием со съёмниками шпиндели вращаются с переменной угловой скоростью. Это на основе закона инерции Ньютона позволяет повысить эффективность процесса съёма по количественным и качественным показателям снимаемого хлопка. На примере вертикально-шпиндельного уборочного аппарата по новой технологической схеме, защищенного патентом Республики Узбекистан, разработаны расчетные схемы и формулы, характеризующие взаимодействие «хлопконесущий шпиндель – съёмник». Расчеты показали возможность повышения эффективности съёма хлопка со шпинделя, совершающего гипоциклическое вращение в зоне съёма аппарата.

Ключевые слова: хлопкоуборочный аппарат; технологическая схема; зона съёма со шпинделя; гипоциклическое вращение шпинделя; реверс.

Введение. В отличие от горизонтально-шпиндельной машины, в уборочных аппаратах которой оптимально сочтены дифференциальный механизм привода шпинделей и кулачковый направляющий механизм кассет, а также отсутствует так называемый «реверс шпинделей», в вертикально-шпиндельных аппаратах существующий планетарно-фрикционный гипо-эпициклический привод шпинделей обеспечивает противоположное вращение шпинделей относительно барабана и ограничивает рабочую скорость движения хлопкоуборочной машины. Проведенные сравнительные полевые испытания ряда конструкций хлопкоуборочных машин в УзМИС (ныне центр сертификации и испытания техники и технологии сельского хозяйства – ЦИТТ) показали, что при существующей технологической схеме с двукратной и двухсторонней обработкой хлопчатника барабанами уборочного аппарата со встречно вращающимися шпинделями (ВВШ) машина со схемой [1] на парно расположенных барабанах при второй скорости машины ($V_m=1.5$ м/с) обеспечила достаточно высокий дополнительный сбор хлопка (6.2%) с кустов хлопчатника, а засоренность собранного хлопка существенно превысила требуемые нормы. Уборочный аппарат ВВШ максимально унифицирован с серийным аппаратом, но из-за недостатков в работе щеточных барабанов

на поверхностях нарезных цельнометаллических шпинделей образовались наносы из волокон [2]. Данный аппарат является прототипом разрабатываемого нами в институте проекта уборочного аппарата [3].

Статья посвящена анализу конструктивных и технологических схем уборочных аппаратов хлопкоуборочных машин в зоне съема хлопка со шпинделей.

Съем хлопка со шпинделей является одним из основных звеньев в общем технологическом цикле работы уборочных аппаратов. Исследованию технологического процесса съема хлопка со шпинделей уборочного аппарата с использованием скоростной киносъемки посвящены работы М.В. Сабликова, В.В. Деревенько, В.И. Лазунова, В.М. Колтунова [4, 5]. Характерные виды расположения намоток хлопка при подходе к съемникам приведены на рис. 1.

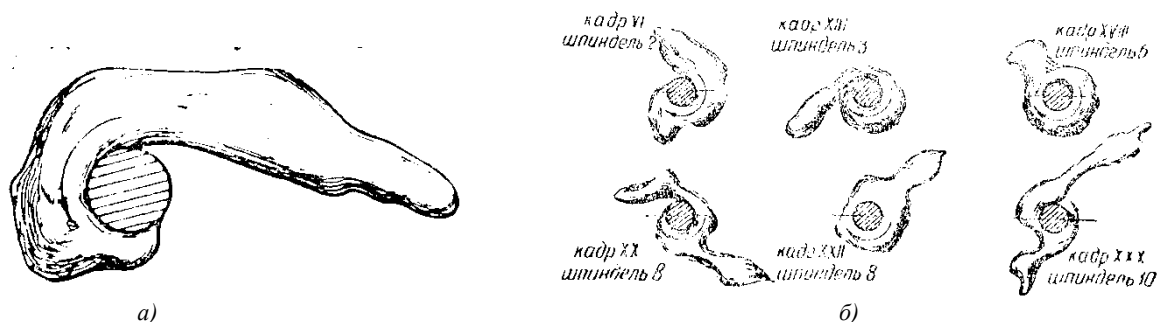


Рис.1. Характерные виды расположения намоток хлопка при подходе в зону съема на горизонтальном (а) и вертикальном (б) шпинделях аппаратов [4]

Из рис.1 видно, что до подхода шпинделя с хлопком к съемнику намотка приобретает форму цилиндра со спиральным сечением в виде гибкой массивной ленты с открытым концом (рис.1, а, горизонтальный шпindel) или архимедову спираль с открытыми или потайными концами (рис.1, б, вертикальный шпindel).

Вращение горизонтального шпинделя вокруг собственной оси, оси барабана и продольно-осевое его перемещение в рабочей камере аппарата приводят к образованию мотка хлопка на шпинделе по спирали на винтовой линии с переменным шагом вдоль оси конического рабочего органа. Съем данной намотки со шпинделя осуществляется дисковым съемником со специальными буртиками (выступами) в виде усеченной пирамиды. Буртики осуществляют ударные воздействия на моток хлопка и тем самым ускоряют его движение вдоль зубчатой поверхности конического шпинделя [4, 6, 7].

Эффективность работы съемников и их качественные показатели оцениваются механическими повреждениями волокна и семян хлопка-сырца в зоне съема уборочного аппарата. Исследование процесса съема хлопка с горизонтального шпинделя с помощью скоростной киносъемки позволило М.В.Сабликову разработать теоретическую основу процесса и дать рекомендации по рациональному проектированию параметров уборочного аппарата. На основе обработки материалов скоростной киносъемки он отмечает, что «наиболее желательным является такой ход процесса съема, при котором лента хлопка (рисунок 1, а), намотанная на шпindel, сдвигается, перемещается по шпинделю, как гайка по винтовой нарезке. Угол наклона винтовой линии, по которой должен двигаться снимаемый хлопок, определяется расположением зубьев на шпинделе. Расположение зубьев должно быть выбрано в соответствии с условием захватывания хлопка из коробочки при его сборе, а относительное движение хлопка при его съеме определяется формой и расположением зубьев шпинделя» [4].

Исследования М.И. Сабликова [4], В.И. Лазунова и В.М. Колтунова [5], наши работы [8], а также разработки специалистов из США и КНР [6, 7] показали, что резкое снижение

окружной скорости непрерывно вращающегося шпинделя перед дисковым съемником способствует отрыву намотки хлопка с зубчатой поверхности шпинделя за счет сил инерции и повышению эффективности процесса съема хлопка со шпинделя.

Этапы технологического цикла работы горизонтально-шпиндельного аппарата, приведенные в работе [8], позволили более подробно остановиться на процессе съема хлопка со шпинделя и разработке моделей расчета повреждения хлопка.

Линейная скорость точки на диске движения съемника включает составляющие, направленные перпендикулярно и параллельно относительно оси шпинделя. Как заметил М.В. Сабликов, параллельные составляющие больше, чем перпендикулярное [4], что способствует стягиванию и протаскиванию хлопка по зубчатой поверхности шпинделя и возникновению жгутиков волокна, подтвержденные исследованиями технологических свойств волокна в «Пахтасаноат илмий маркази» [9].

В отличие от горизонтального шпинделя на вертикальных шпинделях, расположенных на двух опорах, съем хлопка осуществляется за счет реверса шпинделя и частично щетками съемного барабана, где происходит взаимодействие двух цилиндрических поверхностей [4]. Следовательно, конструктивные особенности уборочных аппаратов взаимосвязаны со следующими способами съема хлопка со шпинделей [2,4,6]:

- разматыванием; - стягиванием; - сбиванием;
- счесыванием и комбинацией этих способов.

Из перечисленных способов с точки зрения лучшего сохранения биологического качества является разматывание намотки хлопка со шпинделя. Быстротечный процесс съема не позволит реализовать данный способ в существующих аппаратах. Поэтому на современных уборочных аппаратах реализована комбинация последних трех способов съема.

Б.М. Колтунов дифференцировано исследовал технологический процесс серийного вертикально-шпиндельного аппарата при эпициклическом вращении шпинделя в зоне съема [5]. Им было зафиксировано интенсивное саморазматывание мотка хлопка при резком торможении шпинделя с угловым ускорением $\varepsilon = 5000 \dots 7000 \text{ с}^{-2}$.

В исследованиях М.В. Сабликова [4] и Б.М. Колтунова [5] особое место занимает съем хлопка со шпинделей щеточно-планчатыми барабанами, при взаимодействии которых были зафиксированы характерные случаи, когда к съемной поверхности подводится долька хлопка:

- с частично размотанным внешним концом, когда после реверса шпинделя внешний конец начинает разматываться и щеточные пленки ударяют по внешнему концу хлопка и он отбрасывается к шпинделю, затем процесс повторяется несколько раз. Далее наступает момент, когда на хлопок действует несколько щеток, причем одни щетки воздействуют против зуба шпинделя, а другие в это время действуют на сам зуб, что в конечном итоге приводит к разрыву дольки;

- намотанная на шпиндель долька хлопка прижимается к кольцу, которое пушит её, но съема не происходит;

- внутренним концом, где процесс съема усложняется, во-первых, из-за того, что шпиндель не подаёт дольку в направлении действия щеток, во-вторых, щетки, ударяя по внутреннему концу дольки, отбрасывают её к шпинделю, что увеличивает угол обхвата, и в третьих, съемник при стягивании дольки должен преодолеть силы трения, возникающие в месте контакта хлопка с поверхностью шпинделя, что приводит к деформации растяжения дольки и буксованию щеток;

- с момента реверса хлопконесущего шпинделя начинается разматывание дольки и подача ее в сторону соседнего шпинделя, совершающего вращения еще по зубу, этот шпиндель захватывает свободный конец дольки и наматывает её на себя. Далее он сам, ударяясь об колодку, изменяет направление вращения и начинает сбрасывать хлопок, но этому препятствуют направляющий козырек. Долька, расположенная на 2-х шпинделях, барабаном

подводится к съемнику и щетки съемника захватывают среднюю часть дольки, далее она снимается и направляется по транспортному коридору в сторону приемной камеры аппарата.

Исследования процесса съема хлопка со шпинделя, совершающего реверсивные вращения, проведенные Б.М. Колтуновым, позволили определить, что основная масса хлопка от 80% до 92% снимается самосбросом в зависимости от физико-механических свойств хлопка-сырца и конструктивных особенностей привода шпинделей и барабана.

Отметим то, что для решения данной проблемы А. Вахрамеевым и В.Г.Бережным была разработана конструкция съемного барабана относительно его радиуса наклонными щеточными планками [13].

В целях активизации самосброса хлопка при вращении шпинделя против зуба, следует применять поджимной цилиндр с несимметричным расположением ячеек относительно шпинделя или ячейки со специальным выступом [5]. Наши исследования уборочного аппарата с эксцентричным расположением ячеек поджимного цилиндра позволили получить положительные эффекты за счет повышения общей полноты сбора хлопка в бункер машины и снижения потерь на землю [10].

Анализ материалов скоростной киносъемки позволил фиксировать характерные случаи при самосбросе [5,8,11]:

- разматывание растянутой дольки в сторону внешнего конца за счет силы инерции, аэродинамической силы окружающей среды, что способствовало самосбросу;
- разматывание растянутой дольки со стороны её внутреннего конца происходит под действием центробежной силы, и хлопок сходит со шпинделя в радиальном направлении;
- стягивание одной или нескольких растянутых долек соседними шпинделями в начальной стадии самосброса, где при набегании ролика на ремень колодки шпиндель поворачивается против зуба и выталкивает дольки в сторону соседнего шпинделя.

Постановка задачи. Это описание процесса съема хлопка со шпинделя относится к серийному уборочному аппарату, и основные начальные стадии самосброса могут быть использованы при исследовании процесса съема хлопка в уборочном аппарате с гипоциклическим вращением шпинделя, при обосновании параметров уборочного аппарата по новой технологической схеме, которая показана рис.2 [3].

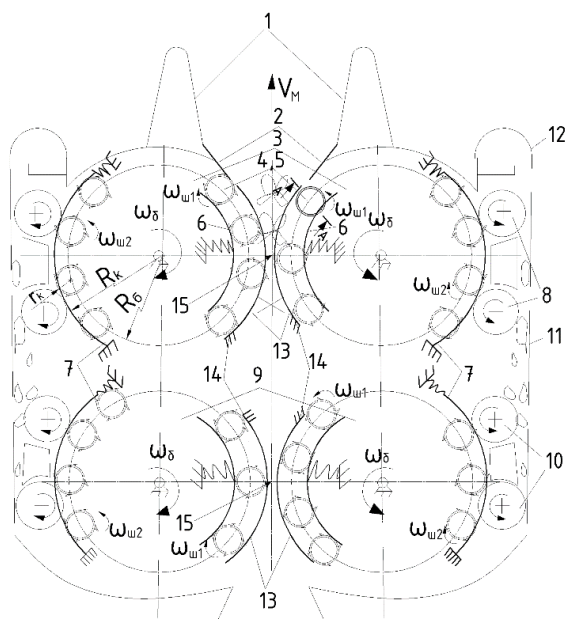


Рис.2. Вертикально-шпиндельный хлопкоуборочный аппарат с эпициклическим вращением шпинделей в рабочей камере: 1 – кустоподъемник, 2 – направляющий, 3 – передние барабаны, 4 – шпиндель, 5 – ролик, 6 – колодка, 7 – ремень, 8 – съемники, 9 – задние барабаны, 10 – съемники, 11 – дверь аппарата, 12 – приемная камера, 13 – защитная дуга привода шпинделей в рабочей зоне

Кроме того, в связи с гипоциклическим движением шпинделя в зоне съема его частота вращения на 20% увеличивается за счет коронного неподвижного колеса планетарной передачи (внешнего расположения приводного ремня), т.е. $R_k = R_{\delta} + r_k$, R_k – радиус окружности коронного колеса, R_{δ} – радиус барабана, r_k – радиус качения ролика по ремням коронного колеса (см.рис.2).

Материалы и методы. Аналитический обзор и анализ технологического процесса съема хлопка со шпинделей уборочных аппаратов на основе известных материалов скоростной киносъемки в зоне съема. Особенностью процесса является использование закона инерции Ньютона в рассматриваемых аппаратах и их рабочих органах. Дано описание процесса съема при гипо- и эпоциклических движениях вертикального шпинделя и разработана расчетная методика определения параметров системы «барабан-шпиндель-хлопок-съемник».

Результаты и обсуждение. Анализ исследований движения шпинделя на барабане во время выполнения технологии сбора хлопка хлопкоуборочной машиной с вертикально шпиндельным уборочным аппаратом позволяет разработать модель кинематики и динамики шпинделя на барабане при эпициклическом его движении в рабочей камере, показанной на рис.3. Разработку модели рассмотрим на примере движения шпиндельного барабана с составными шпинделями, так как производство этих рабочих органов освоено на предприятиях республики.

На рис.3 на поперечном сечении барабана показаны положения шпинделя, совершающего реверсивные вращения вокруг собственной оси в соответствии с требованиями технологического процесса в уборочном аппарате.

Как и в серийном уборочном аппарате, этапы технологических циклов (фазы движения шпинделя на барабане в новом аппарате [3]) разделены на отдельные секторы на примере одного барабана. Они обозначены центральными углами $\psi_0 - \psi_5$, образованными между радиальными лучами, исходящими из оси барабана, и определяющими:

- ψ_0 фазу свободного пробега шпинделя между зонами съема и сбора хлопка уборочным аппаратом;
- ψ_1 фазу торможения и разгона шпинделя перед входом в рабочую камеру аппарата;
- ψ_2 фазу установившегося эпициклического вращения в рабочей камере аппарата, во время сбора хлопка;
- ψ_3 фазу следующего свободного пробега хлопконесущего шпинделя между зонами сбора и съема хлопка;
- ψ_4 фазу следующего торможения и разгона в обратном направлении шпинделя к направлению вращения барабана, т.е. реверсивное движение его рабочего органа;
- ψ_5 фазу обратного гипоциклического вращения хлопконесущего шпинделя в зоне съема и его взаимодействие со съемными барабанами.

Движения шпиндельного барабана с эпициклическим вращением шпинделей в рабочей камере аппарата с учетом особенности динамических процессов при работе шпинделя

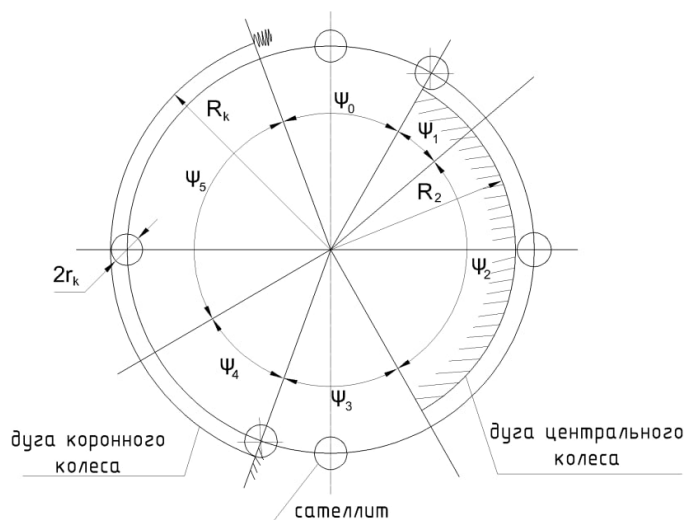


Рис.3. Привод шпинделя с особыми фазами $\Psi_0 - \Psi_5$ движения на барабане уборочного аппарата

по сравнению с традиционной технологической схемой позволяют получить следующие эффекты:

- ориентация активной поверхности шпинделя к коробочке хлопчатника при заходе его в рабочую камеру аппарата удовлетворительная по технологии сбора [13];
- увеличенная длина эпициклической траектории, способствующая захвату и наматыванию хлопка на шпиндель;
- более надежный захват хлопка за счет повышенной скорости вкалывания зуба шпинделя в волокна коробочки хлопчатника;
- возможность увеличения скорости движения и в итоге производительности хлопкоуборочной машины в 1,3 – 1,5 раза, благодаря одинаковым направлениям барабана и шпинделя в рабочей камере аппарата;
- снижения динамических инерционных нагрузок на захватывающий элемент составного шпинделя.

Последний эффект особенно важен при повышенной скорости сбора хлопка, так как в традиционных условиях увеличение скорости движения машины и аппарата существенно увеличивают динамические нагрузки на шпиндель и барабан, а также на вращающиеся узлы машины. Процесс съема хлопка со шпинделя начинается на секторах, ограниченных с центральными углами ψ_4 и ψ_5 на барабане (рис.3).

В отличие от традиционной технологической схемы уборочного аппарата в разрабатываемой схеме [3], в зоне съема, шпиндель начинает вращаться противоположно к направлениям вращения шпиндельного и съемного барабанов. Обратное вращение его происходит в пределах сектора барабана с центральным углом ψ_4 , где вначале происходит резкое торможение, и моток хлопка по инерции отрывается от зубчатой поверхности шпинделя. При этом упругие витки захватывающего элемента в виде цилиндрической пружины составного шпинделя вследствие инерции мгновенно увеличиваются по радиусу и длине. Далее он останавливается за счет собственной жесткости и начинает вращаться совместно с несущим стержнем обратно по винтовой линии навивки пружины, что приводит к уменьшениям радиуса навивки и длины самого захватывающего элемента. Это должно способствовать улучшению самосброса хлопка из-за совместного вращения стержня и захватывающего элемента шпинделя с повышенной частотой, благодаря качению его приводного ролика по наружному – коронному колесу (гибкому ремню) планетарной передачи (рис.3).

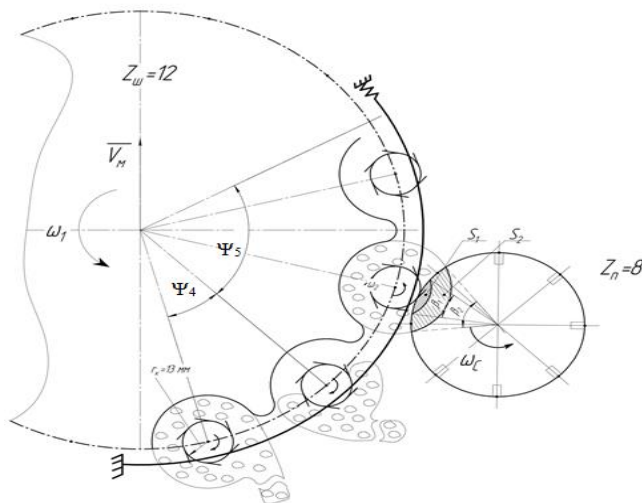
После реверса шпинделя и его устанавливающегося вращения против направления вращения барабана оторвавшийся от шпинделя за счет самосброса хлопок будет накапливаться между концом сектора ψ_4 и первым съемным барабаном (рис.2). Чтобы устранить это явление следует подвести всасывающий (или нагнетательный) воздушный поток к этой зоне или уменьшить длину этой зоны.

С учетом данного явления в новом техническом решении [3] передние и задние барабаны были укомплектованы двумя съемными барабанами (рис.2).

Положение мотка хлопка на шпинделе перед съемом имеет важное значение. При этом наиболее благополучным для съема является положение мотка хлопка с открытым концом, неблагоприятным состоянием хлопка на шпинделе, когда моток имеет круглую цилиндрическую форму без свободного конца или с коротким свободным концом, показанным на рис.4.

При реверсе шпинделя в фазе ψ_4 моток по инерции отрывается от зубчатой поверхности шпинделя и под воздействием центробежной силы вследствие вращения шпинделя и трения между поверхностью ячейки гофрированного цилиндра и хлопка, он остаётся неподвижным относительно шпинделя, и далее хлопок может заноситься обратно в рабочую камеру. Поэтому принудительный съём этого мотка с поверхности шпинделя должен осуществлять щеточный съемный барабан. В работе [11] нами совместно с А.Д. Глушенко изложена динамика процесса съема на примере эпициклического вращения шпинделя в

зоне съема с оценкой сил взаимодействий “шпиндель-хлопок-съемник”, кроме того А.А. Вахрамеевым и В.Г. Бережным предложена конструкция съемного барабана с так называемыми “активными” щетками, где планки щеток расположены под углом α в направлении вращения съемного барабана [12]. Для того, чтобы воспользоваться этим техническим решением необходимо учитывать съем хлопка со шпинделя, когда тот вращается против направления вращения барабана в зоне съема, показанного на рис.2.



бана и щеточного съемника на одном из парно расположенных шпиндельных барабанов процесс съема затруднялся. При этом конструкция данного аппарата максимально была унифицирована с серийным уборочным аппаратом.

- рациональное расположение первого съемного барабана относительно сектора ψ_4 с использованием процесса самосброса хлопка с реверсивно вращающегося шпинделя;
- изменение расположения щеточных планок относительно радиальной линии на поперечном сечении съемного барабана;
- повышенная эффективность съема и очистки шпинделя от хлопка за счет изменения направления вращения съемника и соответственно расположение приемной камеры трубопровода уборочного аппарата;
- использование воздушного потока в зоне съема аппарата.

Для справедливости следует отметить, что на II-ой рабочей скорости ($V_m=1,5$ м/с) в сравнительных полевых испытаниях машина с аппаратом ВВШ [2,3] показала высокую полноту сбора хлопка с кустов хлопчатника по отношению к машинам с серийным аппаратом и аппаратом многократной обработки кустов хлопчатника (МОКХ).

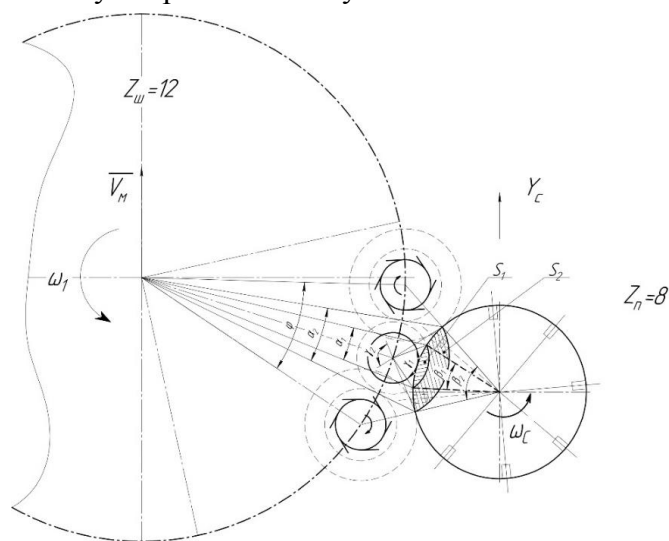


Рис.5. К расчету центральных углов и площади охвата съемником мотка хлопка на поперечных сечениях шпиндельного и съемного барабанов

Поэтому на основе этих экспериментальных работ и с учетом увеличенного диаметра составного шпинделя ($\varnothing 28,2$ мм и меньшего количества зубьев $Z_{зуб} = 810-830$ шт. против $Z_{зуб}=1290$ нарезной) можно предположить то, что сьем хлопка с поверхности составного шпинделя будет более благоприятным, чем с серийного нарезного.

На рис.5 показана расчетная схема взаимного расположения барабана и съемника в зоне сьема хлопка при кольцевом наматывании хлопка на шпиндель (наиболее неблагоприятное расположение мотка хлопка).

Расчеты, выполненные на основе программного комплекса «Компас», показали нижеследующие геометрические параметры данного взаимодействия «барабан-шпиндель-хлопок-съемник» при заданной толщине мотка хлопка, результаты их приведены в таблице

Таблица 1.

Геометрические параметры контакта барабана, шпинделя и съемника с кольцевым мотком хлопка				
Наименование рабочего органа	Центральный угол контакта, град.		Общая площадь намотки контакта, мм²/мм²	
Шпиндельный барабан, R _б =146 мм	при толщине мотка хлопка Δ, мм			
	20 мм	6 мм	20 мм	6 мм
	12°49′	8°49′		
Шпиндель, Γ _ш =14 мм	99°40′	77°4′	3014,4/472,66	640,56/101,51
Съемник, r _с =48 мм	61°52′	30°5′	Отношение площадей 15,7% 15,8%	

Планетарное вращение шпинделя в зоне сьема осуществляется при радиусе качения r_k ролика шпинделя по дуге коронного колеса равного

$$R_k = R_б + r_k \quad (1)$$

Передаточное отношение при гипоциклическом вращении будет равно [14]

$$i_T = \frac{R_k}{r_k} = \frac{R_б + r_k}{r_k} = \frac{R_б}{r_k} + 1 = i + 1, \quad (2)$$

где $R_б$ – радиус барабана по центрам расположения шпинделей, м; r_k – радиус качения ролика шпинделя по дуге коронного колеса (ремня), i – отношение радиусов барабана и качения ролика шпинделя, м.

При традиционной (серийной) технологической схеме работы уборочного аппарата передаточное отношение при эпициклическом вращении будет равно [4,10]

$$i_э = \frac{R_2}{r_k} = \frac{R_б - r_k}{r_k} = \frac{R_б}{r_k} - 1 = i - 1, \quad (3)$$

где R_2 – радиус центрального колеса планетарной передачи привода, по которому катится ролик шпинделя, м.

Из (2) и (3) видно, что увеличение радиуса качения ролика шпинделя приводит к уменьшению передаточного отношения i по гиперболическому закону, а уменьшение r_k связано с прочностью ролика шпинделя. Так, если принять следующие теоретические значения $r_k=12,5$ мм и $R_\delta=146$ мм (экспериментальные его значения по данным ряда исследований [15] изменяются от 13,0–15,0 мм) и $n_\delta=110$ мин⁻¹ ($\omega_\delta=11,5$ с⁻¹) при гипоциклическим приводе ролика шпинделя в зоне съема, частота вращения его будет равна

$$\omega_{ш1} = i_\Gamma \cdot \omega_\delta = \left(\frac{146}{12,5} + 1 \right) \cdot 11,5 = 12,68 \cdot 11,5 = 145,82 \text{ с}^{-2}$$

или $n_{ш1} = 1393,2$ мин⁻¹, тогда как при эпициклическом вращении шпинделя в зоне съема, частота его вращения равна

$$\omega_{ш2} = i_\epsilon \cdot \omega_\delta = \left(\frac{146}{12,5} - 1 \right) \cdot 11,5 = 10,68 \cdot 11,5 = 122,82 \text{ с}^{-2}$$

или $n_{ш}=1173,4$ мин⁻¹ и $n_{ш}/n_{ш2} = 1,2$.

Стендовые испытания, выполненные нами [15], показали, что с увеличением поперечного сечения клинового ремня на 20% (вместо ремня типа А, экспериментальный ремень) $n_{шэ} = 1097,5$ мин⁻¹, а при ремне типа А частота вращения шпинделя равна $n_{шэ} = 1117,2$ мин⁻¹. Частота вращения при составном шпинделе с массой $G=1,86$ кг равна $n_{шэ} = 1023,4/1055,4$ мин⁻¹. Разница между расчетным и экспериментальным значениями $n_{шэ}$ составляет 5% при холостом вращении шпиндельного барабана. Для зоны сбора хлопка (рабочая камера) и при гипоциклическом вращении $n_{шГ} = 1390$ мин⁻¹ для зоны съема хлопка со шпинделя.

Одним из требований к аппарату является максимальная унификация с серийным аппаратом вертикально-шпиндельного типа. Она позволяет в дальнейших исследованиях заимствовать параметры и режимы работы серийного аппарата, в том числе зоны съема. Так, центральный угол контакта шпиндельного барабана со съемником, показанный на рис.5, определяется [4,16]

$$\varphi_\delta = 2\gamma_\delta = 2 \arccos \frac{R_\delta^2 + a^2 - \epsilon^2}{2R_\delta \cdot a} \quad (4)$$

где a – расстояние между центром окружности сечений барабана, шпинделя и съемного барабана, равное $a=R_\delta+r_{ш}+r_c-\Delta$, м; ϵ – расстояние между шпинделем и съемным барабаном, равное $\epsilon = r_c + r_{ш} - \Delta$, м; здесь $r_{ш}$, r_c – радиусы окружностей сечения шпинделя и съемного барабана, Δ – заглубления упругих щеток съемного барабана в тело шпинделя.

Если ω_δ частота вращения шпиндельного барабана вокруг своей оси, то время контакта рассчитывается

$$t = \frac{\varphi_\delta}{\omega_\delta} = \frac{2}{\omega_\delta} \cdot \arccos \frac{R_\delta^2 + a^2 - \epsilon^2}{2R_\delta \cdot a}. \quad (5)$$

При заданных $\omega_\delta = 11$ и $12,5$ с⁻¹, $R_\delta = 146$ мм, $r_c = 48$ мм, $r_{ш} = 14$ мм время контакта, t изменяется от 0,0116 с до 0,016 с (т.е. 1-я и 2-я рабочие скорости машины $V_m = 1,14$ м/с и 1,5 м/с) и при заглублении щетин $\Delta = 1,0$ и 1,5 мм от 2,5 до 4 планок съемного барабана будут контактировать со шпинделем. Частоты вращения съемника в расчетах на 1-ой скорости равнялась 1700 об/мин, а на 2-ой скорости 1924 об/мин [14].

В вертикально-шпиндельных аппаратах съемный барабан в определенной степени выполняет также функцию очистителя поверхности шпинделя от волокон и зазеленения. Щетки съемного барабана углубляются в тело шпинделя на величину Δ , тогда центральный угол контакта со съемником на сечении шпинделя определяется

$$\varphi_{u1} = \varphi_{\delta} \left[1 + (i+1) + \frac{R_{\delta}}{r_c + r_u - \Delta} \right] = 2 \arccos \left(\frac{R_{\delta}^2 + a^2 - e^2}{2R_{\delta}a} \right) [1 + (i+1)] + 2 \arcsin \left(\frac{R_{\delta} \sin \frac{\varphi_{\delta}}{2}}{r_c + r_u - \Delta} \right) \quad (6)$$

или при гипо – $\varphi_{u1} = \varphi_{\delta}(i+2+\kappa_c)$ и эпи – $\varphi_{u2} = \varphi_{\delta}(i+\kappa_c)$, где

$$\kappa_c = 2 \arcsin \left(\frac{R_{\delta} \sin \gamma}{r_c + r_u - \Delta} \right) \quad (7)$$

Как известно, на серийном аппарате шпиндель в зоне съема совершает эпициклическое вращение за счет взаимодействия его ролика с колодкой (см.рис.2), и тогда отношение углов поворота при гипо- и эпициклическом вращениях шпинделя будет равным

$$\frac{\varphi_{u1}}{\varphi_{u2}} = 1 \pm \frac{2}{i + \kappa_c}, \quad (8)$$

Следовательно, разница в частоте вращения шпинделя в зоне съема на величину, приведенную в (8) отличается, и она будет меньше по сравнению с разрабатываемым аппаратом.

Оснащение разрабатываемого аппарата с гиперболическим съемником [16] с осью вращения, перпендикулярной к навивке винта составного шпинделя будет также способствовать устранению наносов.

При этом дуга контакта (или поверхность обработки щеткой шпинделя) для этих вращений составит:

$$\ell_c = r_u \cdot \varphi_{u1} \quad (9)$$

Для разрабатываемого аппарата с гипоциклическим движением шпинделя [3] она определяется при $\varphi_{u1} = \varphi_{\delta}[(i + \kappa_c) + 2]$ в виде

$$\ell_c = r_u \cdot \varphi_{\delta}[(i + \kappa_c) + 2] \quad (10)$$

При серийном аппарате с эпициклическим движением шпинделя при $\varphi_{u1} = \varphi_{\delta}(i + \kappa_c)$ в виде

$$\ell_c = r_u \cdot \varphi_{\delta}(i + \kappa_c) \quad (11)$$

На основе (9) и (10) можно заметить, что при одинаковых геометрических параметрах и режимах работ аппаратов в первом варианте контакт повышается на $i + \kappa_c + 2$.

Полученные расчетные данные показывают, что движение шпинделя в зоне съема, осуществляемое за счет гипоциклического привода, позволяет повысить частоту вращения более чем в 1,2 раза, и этим обеспечивается увеличение угла и дуги контакта шпинделя со съемным барабаном.

Заключение.

1. Наиболее эффективным и оптимальным процессом съема хлопка со шпинделей является использование инерционного свойства намотки его при:

- непрерывном вращении консольно расположенного горизонтального шпинделя за счет управления частотой вращения на базе дифференциально-кулачкового механизма изменения ориентации кассеты шпинделей;

- вертикальном шпинделе, расположенным по периферии барабана, реверсивное вращение его за счет изменения направления вращения на основе планетарного привода с эпи- и гипоциклическими движениями.

2. В отличие от гипоциклического, при эпициклическом движении шпинделя в рабочей камере аппарата ожидается улучшение динамики зубчатого винтового захватывающего элемента составного шпинделя.

3. Разработана методика расчета технологических параметров взаимодействия «барабан-шпиндель-съемник» и определена эффективность гипоциклического вращения шпинделя с мотком хлопка в зоне съема уборочного аппарата, за счет повышенной частоты вращения шпинделя в зоне съема в 1,2 раза.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] А.с. №247684 SU. Вертикально-шпиндельный хлопкоуборочный аппарат / авт. изобр. Зарубин Г.А., Чечель С.С., Розенблюм Л.М. Оpub. Б.И. 1969, №22.
- [2] Матчанов Р.Д. Хлопкоуборочные машины 1929-2010 гг. Ташкент. Fan va texnologiyalar bosmaxonasi, 2011, – 353с.
- [3] Патент UZ IAP 07551 Вертикально-шпиндельный хлопкоуборочный аппарат / авт. изобр. Матчанов Р.Д., Ризаев А.А., Кулдошев Д.А. и др. Оpub. бюл. №12. 29.12.2023 г.
- [4] Сабликов М.В. Исследование шпиндельных аппаратов хлопкоуборочных машин. Ташкент. Госиздат УзССР, 1959, – 184 с.
- [5] Колтунов Б.М. Исследование технологического процесса работы вертикально-шпиндельных хлопкоуборочных машин в зоне съема хлопка-сырца со шпинделей. Автореферат дисс. на соискание уч. степ. к.т.н. Ташкент, ТИИМСХ. 1966. – 20 с.
- [6] Джеймс К. Енсен. Шпиндельная хлопкоуборочная машина модели 9900 Джон Дир / Перспективы развития комплексной механизации возделывания и уборки хлопчатника: Сборник докладов советских и американских ученых и специалистов на симпозиуме в г. Ташкенте 10-11 октября 1977г. Москва. ЦНИИ ГЭИ, 1978. С. 105-123.
- [7] URL: <http://www.en.crch.com>. Интеллектуальная хлопкоуборочная машина. Май 2022, Китай.
- [8] Глуценко А.Д. и др. Моделирование динамических процессов в горизонтально-шпиндельных уборочных аппаратах. Ташкент. Фан, 2004, – 163 с.
- [9] Заключение о результатах испытаний импортных образцов горизонтально шпиндельных машин фирм Case 4-х рядной модели 2155, 2-х рядной 2022 и 2-х рядной горизонтально-шпиндельной машины ХМГ-01 ГСКБ в сезоне 1995 года. Гульбахар. УзМИС. 1966. – 301 с.
- [10] Ризаев А.А. Исследование и создание рабочих органов хлопкоуборочного аппарата с высокой эффективностью. – Ташкент. Фан, 2017, – 168 с.
- [11] Глуценко А.Д., Ризаев А.А. Моделирование динамических взаимодействий долек хлопка и шпинделей в хлопкоуборочных аппаратах. Ташкент. Фан, 1995, – 121 с.
- [12] Вахрамеев А.А. Исследование съема хлопка с непрерывно-вращающихся вертикальных шпинделей, приводимых планетарным рычажно-кулачковым механизмом. Автореферат дисс. на соискание уч. степ. к.т.н. Ташкент, ИМСС АН РУз. 1967. – 20 с.
- [13] Rizaev A.A. et al 2021 IOP Conf. Ser: Earth Environ. Sci 868 012063 Epi-and hypo-cyclic spindle drives of a cotton harvester/ doi.10.1088/1755-1315/868/1/012063.
- [14] Шполянский Д.М. Технологические основы параметров рабочих органов и схем хлопкоуборочных машин. Ташкент. Мехнат, 1985, – 256 с.
- [15] Ризаев А.А. и др. К вопросу определения кинематических параметров шпинделей в зоне съема хлопкоуборочного аппарата // Проблемы механики. 2012, №3, С. 59-61.
- [16] Ризаев А.А. Научная основа повышения эффективности технологического процесса в хлопкоуборочных аппаратах, обеспечивающие биологические качества хлопка волокна. Дисс. на соискание уч. степ. д.т.н. Ташкент, ИМСС АН РУз. 1996. С. 183-213, С. 240-306.

Дата поступления

08.02.2024

Ризаев А.А., Кулдошев Д.А., Джуроева Н.Б. Пахтани шпинделлардан ечиши жараёни ҳақида.

Аннотация. Мақолада шпинделдан пахтани ажратилиш жараёнининг юқори тезликда олинган кинотасвирлари, бунда “шпиндел-пахта-ажраткич (съемник)” тизимини ўзаро бир-бири билан мулоқоти таҳлиллари келтирилган. Барабандан ўрнатилган горизонтал ва вертикал шпинделлардан пахтани ажратилиши алоҳида ёритилган. Бунда бир йўналишда айланма ҳаракатдаги горизонтал шпиндел бурчак тезлигини қисқа онда кескин камайитириши, вертикал шпинделдан эса уни тескари томонга (реверс) айлантириши ҳисобига Ньютоннинг инерция қонуни асосида пахтани шпинделлардан ажратилиш самарасидан фойдаланилган. Ўзбекистон патенти билан ҳимояланган янги технологик схемадаги вертикал шпинделли аппаратдаги пахтани шпинделдан ажратилиш жараёнини ҳисоблаш усули келтирилган.

Калим сўзлар: пахта териши аппарати; технологик схема; ажратилиш ҳудуди; шпиндел; гипоциклик ҳаракат.

Rizaev A.A., Kuldoshev D.A., Djuraeva N.B. About the process of removing cotton from spindles.

Abstract. The article provides analysis of the results obtained by researchers, based on materials from high-speed filming of the interaction between a spindle wrapped in cotton and a rotary puller. The features of the process of picking cotton from the thawed horizon and vertically located spindles on the drum are described. In this case, the spindles in front of the controller run at a variable frequency. This, based on the law of inertia of Newton, allows you to increase the efficiency of the removal process by the quantitative and qualitative indicators of the removed cotton. At the premiere of a vertical spindle harvesting apparatus using a new technological scheme protected by a patent of Uzbekistan, calculation diagrams and formulas were developed that characterize the interaction of the cotton-carrying spindle-pickup machine. Crucified for now, make it possible to increase the efficiency of cotton removal from the spindle, which is hypothetically decorated in the removal area of the device.

Keywords: cotton harvester; technological scheme; removal zone spindle; hypo cyclic rotation spindle.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИЗМЕНЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ПОРИСТОСТИ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ДАВЛЕНИЯ В ДИНАМИЧЕСКИ СВЯЗАННЫХ ГАЗОВЫХ СЛОЯХ

¹Равшанов Н., ¹Нёматов А., ²Артикбаева Г., ¹Исмаилов Ш.

¹Ташкентский университет информационных технологий, Ташкент, Узбекистан

²Хорезмская академия Маъмуна, Хива, Узбекистан

E-mail: *tuit.9393@gmail.com

Аннотация: В статье представлена математическая модель, соответствующая широкому классу граничных задач фильтрации в двухслойных пористых средах при наличии слабопроницаемой перемычки и эффективный вычислительный алгоритм решения задачи. Представлены результаты вычислительных экспериментов по изучению основных показателей разработки газовых месторождений, а также проведено исследование зависимости коэффициента пористости от изменения давления.

Ключевые слова: математическая модель, численное моделирование, фильтрация, нелинейные дифференциальные уравнения параболического типа, вычислительный эксперимент.

Введение. Математические модели фильтрационных процессов в поровых средах многопластовых газовых залежей выражаются в системе нелинейных параболических дифференциальных уравнений с соответствующими начальными, граничными и внутренними условиями, основанными на общих законах механики жидкости и газа. Поэтому при построении математических моделей фильтрации потоков нефти или газа в пористой среде используются различные упрощения, позволяющие получать аналитические решения [1]. Однако в реальном времени анализ состояния газовых месторождений выявляет, что решения упрощённых математических моделей не совпадают с действительными параметрами месторождения, и результаты, полученные с их помощью, могут значительно отличаться от действительности. Поэтому для прогнозирования и анализа газовых месторождений в режиме реального времени считается целесообразным разработать общие аддитивные математические модели, эффективные алгоритмы и программные средства, которые полностью отражают гидродинамические параметры, влияющие на основной процесс фильтрации, и могут быть практически приемлемыми. [2-4].

Какая окажется более эффективной из многоуровневых систем разработки месторождений непредсказуемо. Эффективность различных систем разработки определяется на основе расчетных экспериментов и технико-экономических расчетов. Для выполнения этих расчетов, естественно, необходимо использовать газогидродинамические методы для вычисления основных показателей разработки многослойных месторождений [5-8].

В работах С. С. Гацулаева, М. М. Кашпарова, Ю. П. Коротаева, Э. М. Минского и М. Л. Фишла рассмотрены методы расчета показателей разработки многослойных газовых месторождений при равномерном размещении скважин, использующих несколько продуктивных горизонтов. Эти исследования были выполнены с допущениями для идеального газа. На основе этих допущений А. М. Кулиев и Э. Н. Храменков предложили методику определения ключевых показателей разработки многослойных месторождений [9].

Итак, определение показателей развития многослойных месторождений является гораздо более сложным процессом по сравнению с задачами, связанными с отдельными месторождениями. Эта сложность обусловлена тем, что изменение пластового давления и добыча из одного слоя напрямую влияют на изменение пластового давления и добычу из других слоев, особенно если между продуктивными горизонтами существует газодинамическая связь [10-12].

В теории и практике разработки газовых месторождений важно учитывать наличие гидро- и газодинамические связи между пластами при проектировании и анализе процессов освоения многослойных месторождений [13].

Подобные проблемы гидродинамики многослойного подземного газа рассматривались лишь в немногих исследованиях, который проведен М.Т.Абасовым, З. Б.Адигамовым,

К.Н.Джалиловым, В.А.Карпичевым, Ж.Дюва, М. Дюпюи [14-16]. При решении плоских задач необходимо учитывать условия непрерывности потока и давления, даже когда параметры задач резко меняются в зависимости от координат x или y в одномерных задачах или на всей площади. Изучение таких проблем проводилось в научных работах Г.И. Баренблатта, Г.Г. Вахитова, Г.Л. Говорова, М.А. Гусейн-Заде, М.М. Саттарова, В.Н. Щелкачёва [15]. Из-за схожести этих задач, методы их решения могут применяться взаимозаменяемо.

Часто пласты разделены слабо проницаемым слоем (Рис. 1). В этом случае задачи теории фильтрации могут рассматриваться как двумерные. Таким образом, проблема упрощается, и можно получить аналитические решения даже для определённых схем фильтрационных потоков. Кроме того, получение данных о коллекторских свойствах пластов, необходимых для таких задач, значительно облегчается. Газодинамическая связь между пластами учитывается в математической модели, описываемой дифференциальными уравнениями для нестационарной фильтрации газа. [16].

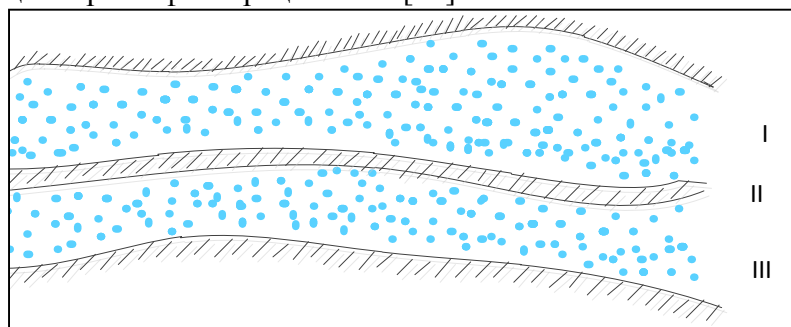


Рис. 1. Схема газовых пластов со слабопроницаемой гидродинамической перегородкой.
I-верхний пласт; II- слабопроницаемый пласт; III-нижний пласт.

В некоторых случаях газовые и газоконденсатные месторождения являются многослойными. В таких случаях, если они разделены достаточным количеством межслойных пластов, целесообразно разделить их на отдельные секции, которые могут разрабатываться либо отдельно, либо совместно, либо с использованием как отдельных, так и объединённых скважин.

В первом случае каждая скважина имеет свою систему в каждом слое. Во втором случае, при совместной разработке, каждая скважина одновременно работает с двумя или более пластами, и газ добывается через эти скважины.

При отдельной разработке многослойного месторождения количество скважин, необходимых для добычи определенного объема газа, часто превышает количество скважин при совместной разработке единой сети многослойных скважин. Однако в первом случае упрощается контроль за разработкой месторождения, анализ и регулирование процессов освоения многослойного месторождения.

При совместной разработке выполнение этих задач становится значительно сложнее. Невозможно заранее точно предсказать, какая из систем разработки многослойного месторождения будет наиболее эффективной. Эффективность различных систем разработки определяется техническими и экономическими расчетами. Для выполнения этих расчетов необходимо использовать газогидродинамические методы для определения основных показателей разработки многослойных месторождений.

Если влияние изменения давления на гидродинамические параметры процесса фильтрации в слоях будет большим, то их следует отразить в математических моделях. Например, если изменения коэффициентов проницаемости или пористости пласта связаны с изменением давления, проблема постановки и решения проблемы углубляется. В этом случае изменение давления в обоих слоях различно, поэтому необходимо определить коэффициент пористости слоя в каждом слое.

Проектирование и модификация газовых скважин с использованием современных компьютерных технологий открывает новые возможности в решении проблем качественного характера. Современные компьютеры позволяют учитывать различные природные факторы при проектировании и модификации природных газовых скважин, значительно повышая уровень надёжности полученных результатов в геологических, газовых, гидродинамических и технико-экономических вопросах.

При проектировании, анализе и регулировании многослойных месторождений природного газа необходимо рассмотреть множество вариантов на ЭВМ. В этом контексте эффективным может быть использование методов математического моделирования и расчетного опыта. В результате применения расчетного опыта на ЭВМ значительно уменьшается количество проверяемых вариантов.

Для эффективного использования ЭВМ при проектировании освоения многослойных месторождений природного газа разработаны алгоритмы для прикладных программ. Например, одна программа предназначена для оптимального выбора конфигурации скважины в режиме газа, вторая - для проектирования освоения месторождений в режиме водонапорном режиме, и так далее. Кроме того, учитываются параметры коллектора, реальная конфигурация коллектора и расположение скважин, изменение их дебита и другие аспекты.

Создание алгоритмов и разработка программного обеспечения для ЭВМ являются важнейшими задачами в области проектирования и освоения месторождений природного газа. Эту работу можно считать первым шагом к эффективному использованию современных ЭВМ. Однако следует отметить, что это не означает полного отказа от аналитических методов исследования. Кроме того, эффективное использование математики ожидается от процесса интеграции аналитической и "машинной" математики. Также важно помнить, что для различных этапов освоения месторождений и соответствующих уровней исследования требуется различное количество исходных данных. Уровень достоверности этих данных может различаться, что в основном определяет возможность использования тех или иных расчетных методов. В случае ограниченного объема и достоверности информации использование точных методов, особенно численных методов и компьютеров, может быть нецелесообразным. Нужно всегда помнить, что количество правильных знаков в решении в первую очередь определяется количеством правильных знаков в исходных данных.

Математическая модель. При проектировании, анализе и определении перспектив развития газовых и газоконденсатных месторождений возникает множество проблем, связанных с интегрированием параболических нелинейных дифференциальных уравнений. Необходимость учета различных геологических факторов приводит к значительному усложнению начальных дифференциальных уравнений. Часто сложность дифференциальных уравнений и граничных условий достигает такого уровня, что решить задачи, имеющие наибольшее практическое значение, аналитически становится невозможно. Поэтому для таких расчетов все чаще применяются численные методы.

При проектировании и анализе освоения многослойных газовых месторождений необходимо учитывать гидродинамические связи между слоями. В этом случае, при моделировании фильтрации газа в двухслойных системах, из-за наличия объединенной системы уравнений требуется использование более эффективных численных методов. Если оба формируемых слоя имеют одинаковые коллекторские свойства, задача может быть представлена как одномерная или двумерная. В двумерном случае, при наличии слабопроницаемого слоя, задача фильтрации газа в пористой среде двухслойных систем может быть выражена путем решения системы нелинейных уравнений параболического типа.

$$\begin{cases}
\frac{\partial}{\partial x} \left[k_1 h_1 \frac{\partial P_1^2}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k_1 h_1 \frac{\partial P_1^2}{\partial y} \right] = 2\mu a m_1 h_1 \frac{\partial P_1}{\partial t} - \frac{k_{II}}{h_{II}} (P_2^2 - P_1^2), \\
m_1 = m_0 [1 + \beta_c (P_1 - P_{1H})], \\
\frac{\partial}{\partial x} \left[k_2 h_2 \frac{\partial P_2^2}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k_2 h_2 \frac{\partial P_2^2}{\partial y} \right] = 2\mu a m_2 h_2 \frac{\partial P_2}{\partial t} + \frac{k_{II}}{h_{II}} (P_2^2 - P_1^2) + Q, \\
m_2 = m_0 [1 + \beta_c (P_2 - P_{2H})], \quad 0 < x < L, \quad 0 < y < L, \quad t > 0.
\end{cases} \quad (1)$$

Начальные и граничные условия задачи следующие:

$$P_1(x, y, t_0) = P_{1H}(x, y), \quad P_2(x, y, t_0) = P_{2H}(x, y), \quad t = t_0. \quad (2)$$

$$\begin{cases}
-k_1 h_1 \frac{\partial P_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = \alpha (P_A - P_1); \\
-k_1 h_1 \frac{\partial P_1}{\partial y} \Big|_{y=0} = \alpha (P_A - P_1);
\end{cases}
\begin{cases}
k_1 h_1 \frac{\partial P_1}{\partial x} \Big|_{x=L} = \alpha (P_A - P_1); \\
k_1 h_1 \frac{\partial P_1}{\partial y} \Big|_{y=L} = \alpha (P_A - P_1).
\end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases}
-k_2 h_2 \frac{\partial P_2}{\partial x} \Big|_{x=0} = \alpha (P_A - P_2); \\
-k_2 h_2 \frac{\partial P_2}{\partial y} \Big|_{y=0} = \alpha (P_A - P_2);
\end{cases}
\begin{cases}
k_2 h_2 \frac{\partial P_2}{\partial x} \Big|_{x=L} = \alpha (P_A - P_2); \\
k_2 h_2 \frac{\partial P_2}{\partial y} \Big|_{y=L} = \alpha (P_A - P_2).
\end{cases} \quad (4)$$

$$Q = \sum_{i_q=1}^{N_q} q_{i_q}, \quad i_q = 1, \dots, N_q. \quad (5)$$

Здесь: P_1, P_2 - давление в пластах; P_A - граничное давление; P_{1H}, P_{2H} - начальное давление пластов; μ - вязкость газа; k_1, k_2 - коэффициенты проницаемости пластов; k_{II} - коэффициент слабопроницаемого пласта; h_1, h_2, h_{II} - мощность слоев; m_0 - начальный коэффициент пористости слоев; m_1, m_2 - начальный коэффициент пористости слоев; q_{i_q} - дебит i_q -й скважин; N_q - количество скважин; a_1, a_2 - коэффициенты газонасыщенности; L - длина слоя;

$$\alpha = \begin{cases} 0 & \text{— граница закрытый,} \\ 1 & \text{— граница открытый} \end{cases}$$

Для численного решения данной краевой задачи (1) – (5) сделаем ее безразмерной. Для этого в систему уравнений (1) введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
x^* &= \frac{x}{L}; \quad y^* = \frac{y}{L}; \quad \tau = \frac{k_x t P_x}{2a\mu L^2}; \quad k_1^* = \frac{k_1}{k_x}; \quad k_2^* = \frac{k_2}{k_x}; \quad k_{II}^* = \frac{k_{II}}{K_x}; \\
h_1^* &= \frac{h_1}{h_x}; \quad h_2^* = \frac{h_2}{h_x}; \quad h_{II}^* = \frac{h_{II}}{h_x}; \quad P_1^* = \frac{P_1}{P_x}; \quad P_2^* = \frac{P_2}{P_x}; \quad Q^* = \frac{\mu L^2}{k_x h_x P_x} Q; \quad \alpha^* = \alpha \frac{L}{k_x h_x}.
\end{aligned}$$

В данном случае k_x, h_x, P_x - значения проницаемости, мощности и давления пласта соответственно определенных величин:

$$k_x = \max(k_1, k_2, k_{II}); \quad h_x = \max(h_1, h_2, h_{II}); \quad P_x = \max(P_1, P_2),$$

α^* - величина для приведения к размерности.

Выполнив эти замены в системе уравнений, придем к следующей системе безразмерных уравнений, в которой для удобства опустим символ «*»

$$\begin{cases}
\frac{\partial}{\partial x} \left[k_1 h_1 \frac{\partial P_1^2}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k_1 h_1 \frac{\partial P_1^2}{\partial y} \right] = m_1 h_1 \frac{\partial P_1}{\partial \tau} - \frac{k_{II} L^2}{h_x^2 h_{II}} (P_2^2 - P_1^2), \\
m_1 = m_0 [1 + \beta_c (P_1 - P_{1H})], \\
\frac{\partial}{\partial x} \left[k_2 h_2 \frac{\partial P_2^2}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k_2 h_2 \frac{\partial P_2^2}{\partial y} \right] = m_2 h_2 \frac{\partial P_2}{\partial \tau} + \frac{k_{II} L^2}{h_x^2 h_{II}} (P_2^2 - P_1^2) + Q, \\
m_2 = m_0 [1 + \beta_c (P_2 - P_{2H})], \quad 0 < x < 1, \quad 0 < y < 1, \quad t > 0.
\end{cases} \quad (6)$$

Начальные и граничные условия задачи следующие:

$$P_1(x, y, t_0) = P_{1H}(x, y), \quad P_2(x, y, t_0) = P_{2H}(x, y), \quad t = t_0. \quad (7)$$

$$\begin{cases}
-k_1 h_1 \frac{\partial P_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = \alpha (P_A - P_1); \\
-k_1 h_1 \frac{\partial P_1}{\partial y} \Big|_{y=0} = \alpha (P_A - P_1);
\end{cases}
\begin{cases}
k_1 h_1 \frac{\partial P_1}{\partial x} \Big|_{x=1} = \alpha (P_A - P_1); \\
k_1 h_1 \frac{\partial P_1}{\partial y} \Big|_{y=1} = \alpha (P_A - P_1).
\end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases}
-k_2 h_2 \frac{\partial P_2}{\partial x} \Big|_{x=0} = \alpha (P_A - P_2); \\
-k_2 h_2 \frac{\partial P_2}{\partial y} \Big|_{y=0} = \alpha (P_A - P_2);
\end{cases}
\begin{cases}
k_2 h_2 \frac{\partial P_2}{\partial x} \Big|_{x=1} = \alpha (P_A - P_2); \\
k_2 h_2 \frac{\partial P_2}{\partial y} \Big|_{y=1} = \alpha (P_A - P_2).
\end{cases} \quad (9)$$

$$Q = \sum_{i_q=1}^{N_q} q_{i_q}, \quad i_q = 1, \dots, N_q. \quad (10)$$

Решаем безразмерную краевую задачу с использованием методов конечных разностей и итераций. Для этого непрерывные области фильтрации переводятся в состояние, когда они покрыты сетчатой областью с $\Omega_{xy\tau}$ дискретными областями, образованными сеткой регулярных координатных линий.

$$\Omega_{xy\tau} = \left\{ (x_i = i\Delta x, y_j = j\Delta y, \tau_k = k\Delta\tau); \quad i = \overline{1, N}; \quad j = \overline{1, N}; \quad k = \overline{0, N_\tau}, \Delta\tau = \frac{1}{N_\tau} \right\};$$

Здесь N – количество узлов по осям x и y ; $\Delta x, \Delta y$ – шаги сеток.

В этой сетке аппроксимируем систему уравнений (6) во временном слое $l+0,5$ и получим следующие конечно-разностные уравнения в направлении x .

$$\begin{aligned}
& k_{1i-0,5,j} h_{1i-0,5} \bar{P}_{1i-1,j}^2 - (k_{1i-0,5,j} h_{1i-0,5,j} + k_{1i+0,5} h_{1i+0,5,j}) \bar{P}_{1ij}^2 + \\
& + k_{1i+0,5,j} h_{1i+0,5,j} \bar{P}_{1i+1,j}^2 + k_{1i,j-0,5} h_{1i,j-0,5} (2\tilde{P}_{i,j-1} \hat{P}_{i,j-1} - \tilde{P}_{i,j-1}^2) - \\
& - (k_{1i,j-0,5} h_{1i,j-0,5} + k_{1i,j+0,5} h_{1i,j+0,5}) (2\tilde{P}_{i,j} \hat{P}_{i,j} - \tilde{P}_{i,j}^2) + \\
& + k_{1i,j+0,5} h_{1i,j+0,5} (2\tilde{P}_{i,j+1} \hat{P}_{i,j+1} - \tilde{P}_{i,j+1}^2) - \frac{\Delta x^2}{\Delta\tau} m_1 h_{1i,j} (\bar{P}_{1i,j} - \hat{P}_{1i,j}) + \\
& + \frac{\Delta x^2 k_{II,j}}{h_{II,j}} \frac{L^2}{h_x^2} (\bar{P}_{2i,j}^2 - \bar{P}_{1i,j}^2) = 0, \\
& \bar{m}_{1i,j} = m_{0i,j} [1 + \beta_c (\bar{P}_{i,j} - P_{1Hi,j})], \quad l = l + 0.5.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& k_{2i,j-0.5} h_{2i-0.5} \bar{P}_{2i-1,j}^2 - (k_{2i-0.5,j} h_{2i-0.5,j} + k_{2i+0.5} h_{2i+0.5,j}) \bar{P}_{2ij}^2 + \\
& + k_{2i+0.5,j} h_{2i+0.5,j} \bar{P}_{2i+1,j}^2 + k_{2i,j-0.5} h_{2i,j-0.5} (2\tilde{P}_{i,j-1} \hat{P}_{i,j-1} - \tilde{P}_{i,j-1}^2) - \\
& - (k_{2i,j-0.5} h_{2i,j-0.5} + k_{2i,j+0.5} h_{2i,j+0.5}) (2\tilde{P}_{i,j} \hat{P}_{i,j} - \tilde{P}_{i,j}^2) + \\
& + k_{2i,j+0.5} h_{2i,j+0.5} (2\tilde{P}_{i,j+1} \hat{P}_{i,j+1} - \tilde{P}_{i,j+1}^2) - \frac{\Delta h^2}{\Delta \tau} m_2 h_{2i,j} (\bar{P}_{2i,j} - \hat{P}_{2i,j}) - \\
& - \frac{\Delta h^2 k_{\Pi i,j}}{h_{\Pi i,j}} \frac{L^2}{h_x^2} (\bar{P}_{2i,j}^2 - \bar{P}_{1i,j}^2) - \delta_{i,j} q_{i,j} = 0; \\
& \bar{m}_{2i,j} = m_{0i,j} \left[1 + \beta_c (\bar{P}_{2i,j} - P_{2Hi,j}) \right], \quad l = l + 0.5.
\end{aligned}$$

Эти уравнения с конечными разностями по функции давления P являются нелинейными, поэтому для нелинейной части используется квазилинейный метод. Согласно этому методу, нелинейные части уравнений с конечными разностями выражаются следующим образом:

$$\varphi(P) \cong \varphi(\tilde{P}) + (P - \tilde{P}) \frac{\partial \varphi(\tilde{P})}{\partial P}. \quad (11)$$

Здесь $\tilde{P}$ - приближенное значение функции P , которое определяется в ходе итерационного процесса, где $\tilde{P} = P_{i,j}^{(s)}$, при этом $P_{i,j}^{(0)} = \hat{P}_{i,j}$.

Если формулу (11) запишем для нелинейной функции давления, то получим следующую формулу

$$P^2 \approx 2\tilde{P}P - \tilde{P}^2.$$

Используя эту формулу, после применения квазилинейного метода к нелинейным членам уравнения с конечными разностями, мы получаем систему квазилинейных уравнений с конечными разностями для временного слоя $l+0.5$

$$\begin{aligned}
& k_{1i-0.5,j} h_{1i-0.5} \bar{P}_{1i-1,j}^2 - (k_{1i-0.5,j} h_{1i-0.5,j} + k_{1i+0.5} h_{1i+0.5,j}) \bar{P}_{1ij}^2 + \\
& + k_{1i+0.5,j} h_{1i+0.5,j} \bar{P}_{1i+1,j}^2 + k_{1i,j-0.5} h_{1i,j-0.5} (2\tilde{P}_{i,j-1} \hat{P}_{i,j-1} - \tilde{P}_{i,j-1}^2) - \\
& - (k_{1i,j-0.5} h_{1i,j-0.5} + k_{1i,j+0.5} h_{1i,j+0.5}) (2\tilde{P}_{i,j} \hat{P}_{i,j} - \tilde{P}_{i,j}^2) + \\
& + k_{1i,j+0.5} h_{1i,j+0.5} (2\tilde{P}_{i,j+1} \hat{P}_{i,j+1} - \tilde{P}_{i,j+1}^2) - \frac{\Delta x^2}{\Delta \tau} m_1 h_{1i,j} (\bar{P}_{1i,j} - \hat{P}_{1i,j}) + \\
& + \frac{\Delta x^2 k_{\Pi i,j}}{h_{\Pi i,j}} \frac{L^2}{h_x^2} (\bar{P}_{2i,j}^2 - \bar{P}_{1i,j}^2) = 0, \\
& \bar{m}_{1i,j} = m_{0i,j} \left[1 + \beta_c (\bar{P}_{1i,j} - P_{1Hi,j}) \right], \quad l = l + 0.5.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& k_{2i,j-0.5} h_{2i-0.5} \bar{P}_{2i-1,j}^2 - (k_{2i-0.5,j} h_{2i-0.5,j} + k_{2i+0.5} h_{2i+0.5,j}) \bar{P}_{2ij}^2 + \\
& + k_{2i+0.5,j} h_{2i+0.5,j} \bar{P}_{2i+1,j}^2 + k_{2i,j-0.5} h_{2i,j-0.5} (2\tilde{P}_{i,j-1} \hat{P}_{i,j-1} - \tilde{P}_{i,j-1}^2) - \\
& - (k_{2i,j-0.5} h_{2i,j-0.5} + k_{2i,j+0.5} h_{2i,j+0.5}) (2\tilde{P}_{i,j} \hat{P}_{i,j} - \tilde{P}_{i,j}^2) + \\
& + k_{2i,j+0.5} h_{2i,j+0.5} (2\tilde{P}_{i,j+1} \hat{P}_{i,j+1} - \tilde{P}_{i,j+1}^2) - \frac{\Delta h^2}{\Delta \tau} m_2 h_{2i,j} (\bar{P}_{2i,j} - \hat{P}_{2i,j}) - \\
& - \frac{\Delta h^2 k_{\Pi i,j}}{h_{\Pi i,j}} \frac{L^2}{h_x^2} (\bar{P}_{2i,j}^2 - \bar{P}_{1i,j}^2) - \delta_{i,j} q_{i,j} = 0; \\
& \bar{m}_{2i,j} = m_{0i,j} \left[1 + \beta_c (\bar{P}_{2i,j} - P_{2Hi,j}) \right], \quad l = l + 0.5.
\end{aligned}$$

В этом случае коэффициенты системы квазилинейных уравнений с конечными разностями для временного слоя $l+0.5$ будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
a_i &= 2\tilde{P}_{1i-1,j} k_{1i-0.5,j} h_{1i-0.5,j}, & c_i &= 2\tilde{P}_{1i+1,j} k_{1i+0.5,j} h_{1i+0.5,j}, \\
b_i &= a_i + c_i + \frac{\Delta h^2}{\Delta \tau} 2\alpha_1 m_1 h_{1i,j} + \frac{\Delta h^2 k_{\Pi i,j}}{h_{\Pi i,j}} \frac{L^2}{h_x^2}, & d_i &= \frac{\Delta h^2 k_{\Pi i,j}}{h_{\Pi i,j}} \frac{L^2}{h_x^2}, \\
f_i &= \frac{\Delta h^2}{\Delta \tau} 2\alpha_1 m_1 h_{1i,j} \hat{P}_{1i,j} + k_{1i-0.5,j} h_{1i-0.5,j} \tilde{P}_{1i-1,j}^2 - (k_{1i-0.5,j} h_{1i-0.5,j} + k_{1i+0.5,j} h_{1i+0.5,j}) \tilde{P}_{1i,j}^2 + \\
& + k_{1i+0.5,j} h_{1i+0.5,j} \tilde{P}_{1i+1,j}^2 + k_{1i,j-0.5} h_{1i,j-0.5} (2\tilde{P}_{1i,j-1} \hat{P}_{1i,j-1} - \tilde{P}_{1i,j-1}^2) - \\
& - (k_{1i,j-0.5} h_{1i,j-0.5} + k_{1i,j+0.5} h_{1i,j+0.5}) (2\tilde{P}_{1i,j} \hat{P}_{1i,j} - \tilde{P}_{1i,j}^2) + \\
& + k_{1i,j+0.5} h_{1i,j+0.5} (2\tilde{P}_{1i,j+1} \hat{P}_{1i,j+1} - \tilde{P}_{1i,j+1}^2); \\
a'_i &= 2\tilde{P}_{2i-1,j} k_{2i-0.5,j} h_{2i-0.5,j}, & c'_i &= 2\tilde{P}_{2i+1,j} k_{2i+0.5,j} h_{2i+0.5,j}, \\
b'_i &= a'_i + c'_i + \frac{\Delta x^2}{\Delta \tau} 2\alpha_2 m_2 h_{2i,j} + \frac{\Delta x^2 k_{\Pi i,j}}{h_{\Pi i,j}} \frac{L^2}{h_x^2}, & d'_i &= \frac{\Delta x^2 k_{\Pi i,j}}{h_{\Pi i,j}} \frac{L^2}{h_x^2}, \\
f'_i &= \frac{\Delta h^2}{\Delta \tau} 2\alpha_2 m_2 h_{2i,j} \hat{P}_{2i,j} + k_{2i-0.5,j} h_{2i-0.5,j} \tilde{P}_{2i-1,j}^2 - (k_{2i-0.5,j} h_{2i-0.5,j} + k_{2i+0.5,j} h_{2i+0.5,j}) \tilde{P}_{2i,j}^2 + \\
& + k_{2i+0.5,j} h_{2i+0.5,j} \tilde{P}_{2i+1,j}^2 + k_{2i,j-0.5} h_{2i,j-0.5} (2\tilde{P}_{2i,j-1} \hat{P}_{2i,j-1} - \tilde{P}_{2i,j-1}^2) - \\
& - (k_{2i,j-0.5} h_{2i,j-0.5} + k_{2i,j+0.5} h_{2i,j+0.5}) (2\tilde{P}_{2i,j} \hat{P}_{2i,j} - \tilde{P}_{2i,j}^2) + \\
& + k_{2i,j+0.5} h_{2i,j+0.5} (2\tilde{P}_{2i,j+1} \hat{P}_{2i,j+1} - \tilde{P}_{2i,j+1}^2) - \delta_{i,j} q_{i,j};
\end{aligned}$$

Здесь можно заметить, что если систему уравнений и граничные условия записать в виде конечных разностей, то система трехточечных уравнений с конечными-разностями для временного слоя $l+0.5$ будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
& (3k_1 h_1 - 2\Delta x \alpha) P_{10,j} - 4k_1 h_1 P_{11,j} + k_1 h_1 P_{12,j} = 2\Delta x \alpha P_A, \\
& a_i P_{1i-1,j} - b_i P_{1i,j} + c_i P_{1i+1,j} + d_i P_{2i,j} = -f_i, \quad i = 1, 2, \dots, N-1, \\
& (3k_1 h_1 - 2\Delta x \alpha) P_{1N,j} + 4k_1 h_1 P_{1N-1,j} - k_1 h_1 P_{1N-2,j} = -2\Delta x \alpha P_A,
\end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
(3k_2h_2 - 2\Delta x\alpha)P_{20,j} - 4k_2h_2P_{21,j} + k_2h_2P_{22,j} &= 2\Delta x\alpha P_A, \\
a_i'P_{2i-1,j} - b_i'P_{2i,j} + c_i'P_{2i+1,j} + d_i'P_{1i,j} &= -f_i', \quad j=1,2,\dots,N-1, \\
(3k_2h_2 - 2\Delta x\alpha)P_{2N,j} + 4k_2h_2P_{2N-1,j} - k_2h_2P_{2N-2,j} &= -2\Delta x\alpha P_A.
\end{aligned} \tag{13}$$

Согласно методу прогонки решения этой конечно-разностной системы (12) и (13) выражаются следующим образом:

$$P_{1i,j} = A_i P_{1i+1,j} + B_i P_{2i+1,j} + C_i, \tag{14}$$

$$P_{2i,j} = A_i' P_{2i+1,j} + B_i' P_{1i+1,j} + C_i', \tag{15}$$

$$i = N-1, N-2, \dots, 1, 0.$$

В формулах (14) и (15) $A_i, B_i, C_i, A_i', B_i', C_i'$ — коэффициенты метода прогонки, которые определяются по следующим формулам:

$$A_i = \frac{c_i(b_i' - a_i'A_{i-1}')}{R_i}, \quad B_i = \frac{c_i'(a_i B_{i-1} + d_i)}{R_i}, \tag{16}$$

$$A_i' = \frac{(b_i - a_i A_{i-1})c_i'}{R_i}, \quad B_i' = \frac{c_i(a_i' B_{i-1}' + d_i')}{R_i}, \tag{17}$$

$$C_i = \frac{(a_i B_{i-1} + d_i)(a_i' C_{i-1}' + f_i') + (a_i C_{i-1} + f_i)(b_i' - a_i' A_{i-1}')}{R_i}, \tag{18}$$

$$C_i' = \frac{(a_i' B_{i-1}' + d_i')(a_i C_{i-1} + f_i) + (a_i' C_{i-1}' + f_i')(b_i - a_i A_{i-1})}{R_i}, \tag{19}$$

где

$$\begin{aligned}
R_i &= (b_i - a_i A_{i-1})(b_i' - a_i' A_{i-1}') - (a_i B_{i-1} + d_i)(a_i' B_{i-1}' + d_i'), \\
i &= 1, 2, \dots, N-1.
\end{aligned} \tag{20}$$

В этом случае начальные значения коэффициентов метода прогонок $A_0, B_0, C_0, A_0', B_0', C_0'$ легко находятся из первой системы конечно-разностных уравнений (3.12) и (3.13), то есть из левых разностных граничных условий.

$$A_0 = \frac{(b_1 - 4c_1)k_1 h_1}{a_1 k_1 h_1 - (3k_1 h_1 - 2\Delta x\alpha)c_1}, \tag{21}$$

$$B_0 = -\frac{d_1 k_1 h_1}{a_1 k_1 h_1 - (3k_1 h_1 - 2\Delta x\alpha)c_1}, \tag{22}$$

$$C_0 = \frac{f_1 k_1 h_1 + 2\Delta h\alpha c_1}{a_1 k_1 h_1 - (3k_1 h_1 - 2\Delta x\alpha)c_1}, \tag{23}$$

$$A_0' = \frac{(b_1' - 4c_1')k_2 h_2}{a_1' k_2 h_2 - (3k_2 h_2 - 2\Delta h\alpha)c_1'}, \tag{24}$$

$$B_0' = -\frac{d_1' k_2 h_2}{a_1' k_2 h_2 - (3k_2 h_2 - 2\Delta h\alpha)c_1'}, \tag{25}$$

$$C_0' = \frac{f_1' k_2 h_2 + 2\Delta h\alpha c_1'}{a_1' k_2 h_2 - (3k_2 h_2 - 2\Delta h\alpha)c_1'}. \tag{26}$$

Используя формулы (12), (3) (при $i = Nj - 1$), правых разностных граничных условий (12), (13) и формулы (14), (15) (при $i = Nj - 1$) находим на левой части границы $P_{1N,j}$ и $P_{2N,j}$

. После подстановки получим следующие системы уравнений относительно двух неизвестных $P_{1N,j}$ и $P_{2N,j}$

$$\begin{aligned} & \left[(3a_{N-1} - c_{N-1}) - (4a_{N-1} - b_{N-1})A_{N-1} - d_{N-1}B'_{N-1} \right] P_{1N} + \\ & + \left[(4a_{N-1} - b_{N-1})B_{N-1} - d_{N-1}A'_{N-1} \right] P_{2N} = \left[d_{N-1}C'_{N-1} + f_{N-1} + (4a_{N-1} - b_{N-1}) \right]; \\ & \left[(3a'_{N-1} - c'_{N-1}) - (4a'_{N-1} - b'_{N-1})A'_{N-1} - d'_{N-1}B_{N-1} \right] P_{2N} + \\ & + \left[(4a'_{N-1} - b'_{N-1})B'_{N-1} - d'_{N-1}A_{N-1} \right] P_{1N} = \left[d'_{N-1}C_{N-1} + f_{N-1} - (4a'_{N-1} - b'_{N-1}) \right]. \end{aligned}$$

Решая эти системы относительно $P_{1N,j}$ и $P_{2N,j}$, получаем:

$$P_{1N,j} = (S_2 S'_3 - S_3 S'_1) / (S_1 S'_1 - S_2 S'_2); \quad (27)$$

$$P_{2N,j} = (S_3 S'_2 - S_1 S'_3) / (S_1 S'_1 - S_2 S'_2); \quad (28)$$

где

$$\begin{aligned} S_1 &= \left[(3a_{N-1} - c_{N-1}) - (4a_{N-1} - b_{N-1})A_{N-1} - d_{N-1}B'_{N-1} \right], \\ S_2 &= \left[-(4a_{N-1} - b_{N-1})B_{N-1} - d_{N-1}A'_{N-1} \right], \\ S_3 &= \left[f_{N-1} + d_{N-1}C'_{N-1} + (4a_{N-1} - b_{N-1})C'_{N-1} \right], \\ S'_1 &= \left[(3a'_{N-1} - c'_{N-1}) - (4a'_{N-1} - b'_{N-1})A'_{N-1} - d'_{N-1}B_{N-1} \right], \\ S'_2 &= \left[-(4a'_{N-1} - b'_{N-1})B'_{N-1} - d'_{N-1}A_{N-1} \right], \\ S'_3 &= \left[f'_{N-1} + d'_{N-1}C_{N-1} + (4a'_{N-1} - b'_{N-1})C_{N-1} \right]. \end{aligned}$$

Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не выполняются условия

$$\max_{i,j} |P_{1i,j}^{(s)} - P_{1i,j}^{(s-1)}| \leq \varepsilon, \quad \max_{i,j} |P_{2i,j}^{(s)} - P_{2i,j}^{(s-1)}| \leq \varepsilon. \quad (29)$$

Здесь ε – точность итерации, заранее известная малая величина; s – номер итерации.

Решение системы конечно-разностных уравнений для временного слоя $l+1$ производится так же, как и для временного слоя $l+0.5$. В этом случае вычисления производятся в направлении y .

Таким образом, используя разработанный выше численный метод мы определили совместное решение конечно-разностной системы, состоящей из двух уравнений. Эти значения численного решения определяются итерационным методом на каждом полуинтервале времени.

Вычислительный алгоритм. Для решения поставленной задачи был разработан вычислительно-численный алгоритм. Данный алгоритм расчета выполняется в следующие этапы:

1. Ввести значения параметров, входящих в систему дифференциальных уравнений, и начальное давление пластов P_{1i}^0 и P_{2i}^0 ($i=0,1,2,...,N$)

2. Цикл для временного слоя. В этом случае параметр повторения $jt=1,2,3,...,Nt$ Кўйилган масалани ечиш учун ҳисоблаш сонли алгоритми ишлаб чиқилди. Бу ҳисоблаш алгоритми куйидаги босқичларда амалга оширилади:

1 этап расчета: расчеты в слое $l+0.5$ пунктах 3-9. Используется метод прогонки в направлении x .

3. a_i, b_i, c_i, d_i, f_i и $a'_i, b'_i, c'_i, d'_i, f'_i$ ($i=1,2,...,N-1$) вычисление значений коэффициентов конечно-разностного уравнения.

4. Определение начальных значений коэффициентов метода прогонки $A_0, B_0, C_0, A'_0, B'_0, C'_0$ из правых граничных условий и вычисление

5. $A_i, B_i, C_i, A'_i, B'_i, C'_i$ ($i=1, 2, \dots, N-1$). Вычисление значений параметров метода прогонки

6. Определение значений функций давления P_{1Nj} и P_{2Nj} ($j=1, 2, \dots, N-1$) в правой части границы.

7. Вычисление значения функции давлений P_{1ij} и P_{2ij} ($i=N-1, N-2, \dots, 0; j=1, 2, \dots, N-1$).

9. Проверка условий итерационного процесса. Если условие выполнено, он переходит к следующему шагу (в данном случае – к шагу 10), в противном случае – к выполнению итерации для нового шага итерации (в данном случае – к шагу 3).

10. **2-й этап расчета:** во временном слое $l+1$ расчеты производятся как в пунктах 3-9. Используется метод прогонки в направлении y .

11. Проверка повторяемости для временного слоя. Если $jt < Nt$, итерация продолжается. В этом случае он переходит на следующий временной слой (шаг) (возврат к пункт 2). При этом полученное решение будет для следующего временного шага, как начальное. В противном случае итерация по времени заканчивается и переходит к следующей пункт.

12. Значения функций давления P_{1ij} и P_{2ij} ($i=0, 1, 2, \dots, N; j=0, 1, 2, \dots, N$) отображаются в табличной и графической формах.

13. Завершение решения задачи.

Результаты и анализ. На основе математической модели и алгоритма расчета разработано программное обеспечение для расчета основных показателей разработки газовых залежей в динамически связанной двухпластовой системе с использованием программного комплекса Matlab и проведены вычислительные эксперименты для учета изменений гидродинамические параметры пласта распределения давления.

Начальные значения параметров пласта фильтрации газа для целей вычислительных экспериментов представлены в таблице ниже (табл. 1).

Таблица 1.

Параметры, включаемые в расчетные эксперименты, и их значения

Входные данные	Обозначения	Числовые значения и размеры	Идентификационный символ
Начальное пластовое давление	P_1, P_2	300 атм.	PH
Коэффициент вязкости газа	μ	0.03 - 0.05 Спуаз	Mu
Коэффициент проницаемости пласта	k	0.1 - 0.3 Дарси	K
Коэффициент плохо проницаемого пласта	k_{Π}	0.0001 Дарси	KP
Начальное значение коэффициента пористости	m_0	0.1-0.2	
Дебиты скважин	Q	1000000 м ³ /сут	Qd
Характерная длина площади фильтрации	L	10000 метр	L
Мощность пласта	h	10 метр	h
Мощность плохо проницаемого пласта	h_{Π}	1 метр	HP
Количество узлов дискретной области	N	101 та	N
Время разработки газового месторождения	T	1080 сутка 1440 сутка	T
Время шага расчета	DT	24 сутка	Dt

На рисунках 2 и 5 показано ухудшение коэффициента пористости при сильном изменении давления в двухслойных фильтрационных слоях с низкой проницаемостью, а численные результаты представлены на 2D и 3D графиках и контурных графических изображениях поперечных сечений фильтрующих слоев. Вычислительные эксперименты показывают, что коэффициент пористости снижается с падением давления в результате работы четырех скважин, симметрично расположенных в середине площади фильтрации.

На основе значений параметров, приведенных в таблице 1, результаты расчетных экспериментов газовых залежей за 1080 дней представлены в виде графиков. Первые графики над картинками показывают распределение давления в верхнем и нижнем слоях, пер-

вые два графика в середине показывают распределение давления в сечении первого и второго слоев, а второй показывает динамику развития газовое месторождение в течение 360, 720 и 1080 дней во втором пласте, а на последних двух графиках показано изменение давления в верхнем и нижнем слоях, влияние на пористость было изучено и отображено на контурных графиках.

На рисунках 2 и 3 показан расчетный эксперимент при коэффициентах проницаемости $k=0,2$ и $k=0,3$ при исходном значении коэффициента пористости $m_0=0.1$ в обоих пластах. Значения остальных параметров принимаются прежними $\mu=0.05$ и дебит скважин $q=6000000 \text{ м}^3/\text{сут}$. Из графиков распределения пластового давления данных расчетных экспериментов видно, что значение коэффициента пористости уменьшается вблизи скважин и вызывает дальнейшее падение давления.

На рисунках 4 и 5 показан опыт расчета при начальном значении коэффициента пористости $m_0=0.1$ и коэффициента вязкости $\mu=0.02$ и 0.05 сР . Из графиков распределения пластового давления видно, что значение коэффициента пористости уменьшается вблизи скважин и вызывает дальнейшее падение давления. При больших значениях коэффициента вязкости распределение давления в слое происходит быстро. Это, в свою очередь, свидетельствует о медленной скорости снижения коэффициента пористости слоя. Мы также можем увидеть эти процессы, сравнивая графики

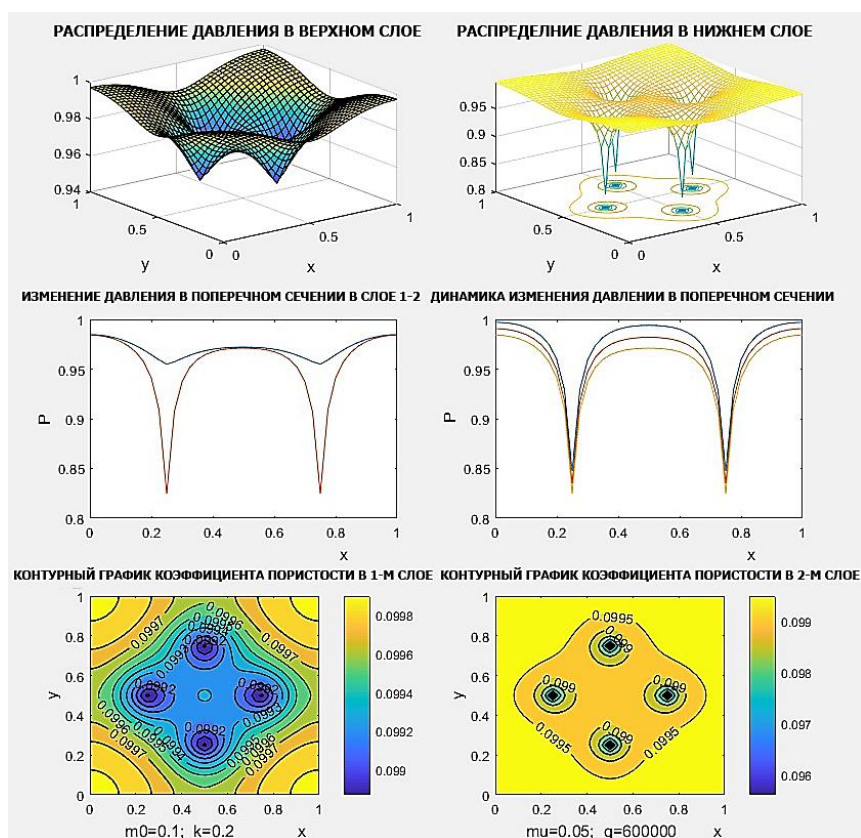


Рис. 2. Графики распределения давления по пластам и его влияние на изменение пористости
 $m_0 = 0.1$; $k = 0.2 \text{ Дарси}$; $\mu = 0.05 \text{ сР}$; $q = 6000000 \text{ м}^3 / \text{сутка}$

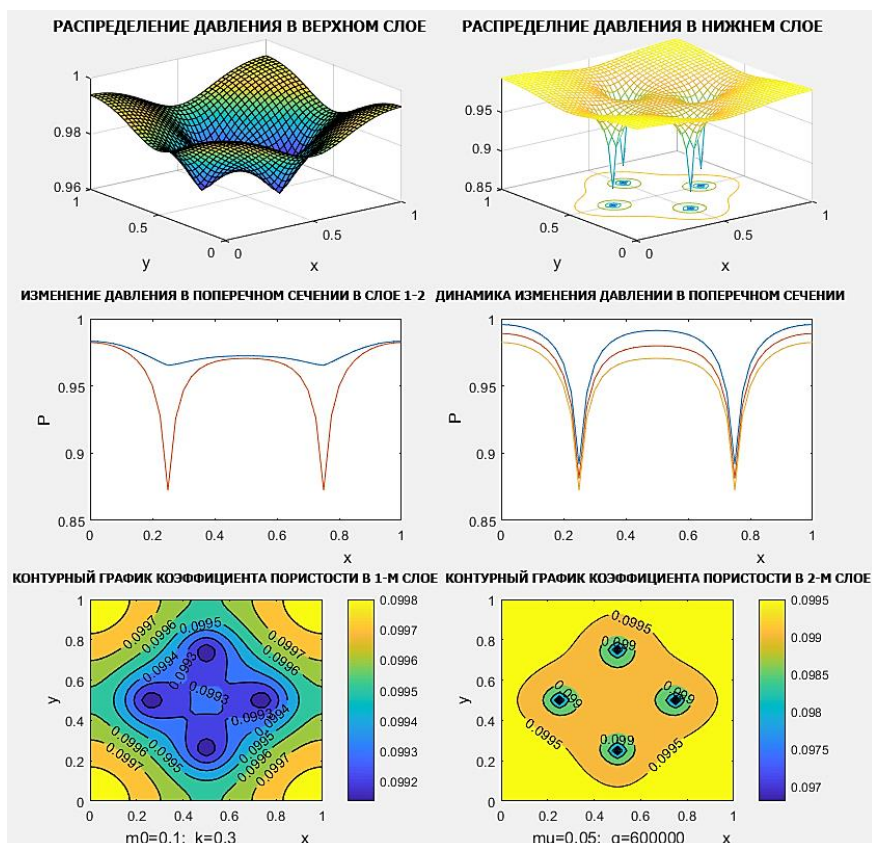


Рис. 3. Графики распределения давления по слоям и его влияние на изменение пористости
 $m_0 = 0.1$; $k = 0.3$ Дарси; $\mu = 0.05$ сР; $q = 600000 \text{ м}^3 / \text{сутка}$

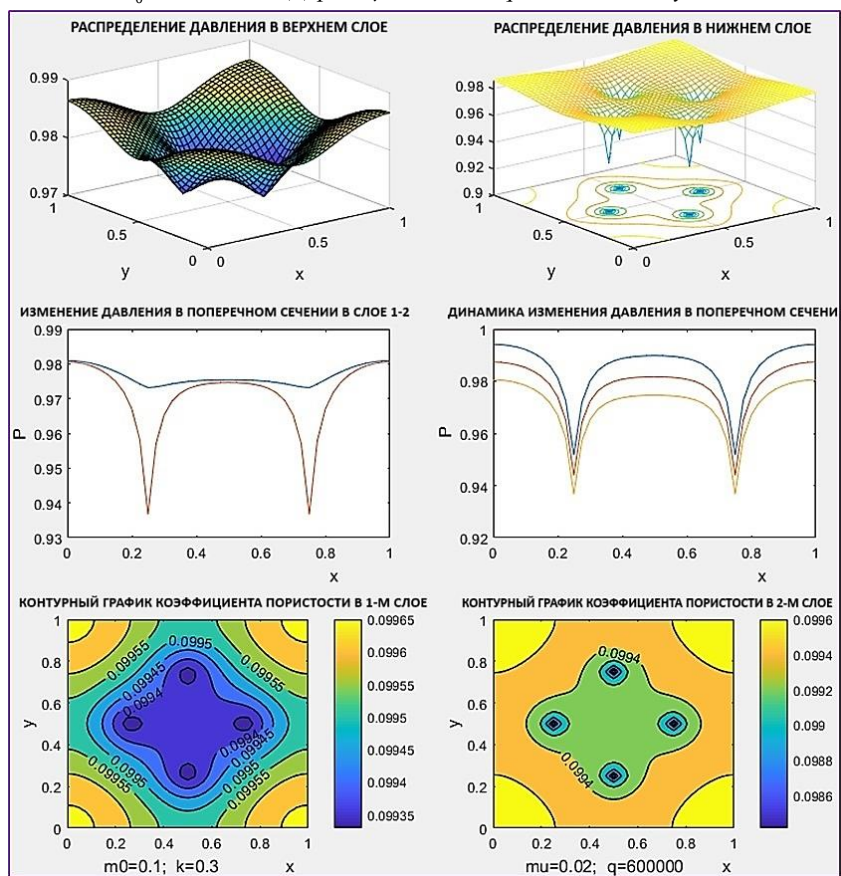


Рис. 4. Графики распределения давления по слоям и его влияние на изменение пористости
 $m_0 = 0.1$; $k = 0.3$ Дарси; $\mu = 0.02$ сР; $q = 600000 \text{ м}^3 / \text{сутка}$

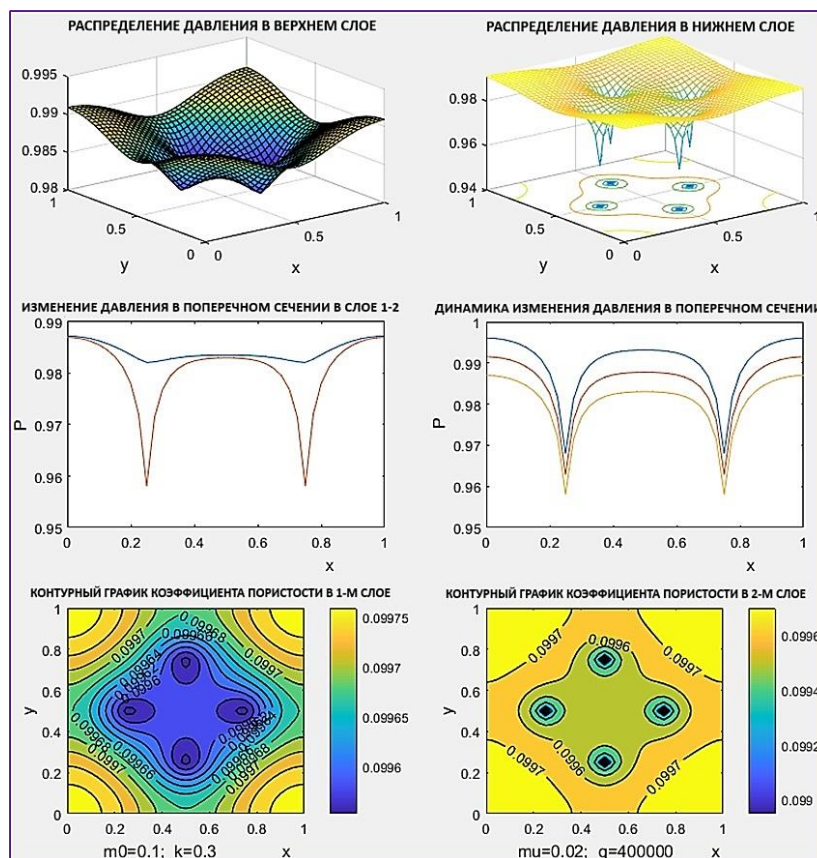


Рис. 5. Графики распределения давления по слоям и его влияние на изменение пористости
 $m_0 = 0.1$; $k = 0.3$ Дарси; $\mu = 0.02$ сП; $q = 400000$ м³ / сутка

Закключение. Таким образом, разработанные методы могут быть использованы при анализе и разработке программного обеспечения для расчета основных показателей разработки двухпластовых газовых месторождений, а также при разработке многопластовых месторождений нефти и газа.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Nazirova E.Sh., Ne'matov A., Mahmudova M.M. "Algorithm for numerical solution of a boundary value problem in a three-dimensional parabolic equation" XII International Scientific and Practical Conference Science and Practice: Implementation to modern society, Great Britain. 2022. –P. 488-495.
- [2] Nazirova E.Sh., Sadikov R.T., Ne'matov A.N., Ismailov Sh.R. Visualization of the Results of Computing Experiments for Monitoring and Analysis of Filtration Processes in A Non-General Layer of Oil Fields. International Conference on Information Science and Communications Technologies: Applications, Trends and Opportunities, ICISCT 2021.
- [3] Назирова Э.Ш., Неъматов А., Артыкбаева Г. Численное моделирование задачи совместной фильтрации водонефтяной системы несмешивающихся жидкостей в пористых средах. / Muhammad al-Xorazmiy avlodlari, № 4 (26), 2023.
- [4] Ne'matov A.A., Nazirova E.Sh., Sadikov R.T., Nabiyeu I. One-Dimensional Mathematical Model and a Numerical Solution Accounting Sedimentation of Clay Particles in Process of Oil Filtering in Porous Medium. – P.353-360.
- [5] Nematov A., Turdiev T.T., Ismailov Sh., Bakhridinov A. Parallel Computational Algorithms for Solving Boundary Value Problems for Two-Dimensional Equations of Parabolic Type. International Conference on Information Science and Communications Technologies: Applications, Trends and Opportunities, ICISCT 2021.
- [6] Абуталиев Ф.Б., Хаджибаев Н.Н., Измайлов И.И., Умаров У. Применение численных методов и ЭВМ в гидрогеологии. Ташкент: Фан, 1976. – 160 с.
- [7] Бельман Р., Калаба Р. Квазилинеаризация и нелинейные краевые задачи. М.: Мир, 1968. – 184 с.
- [8] Закиров С.Н., Ланук Б.Б. Проектирование и разработка газовых месторождений. М.: Наука, 1974. – 376 с.
- [9] Коротаев Ю.П., Геров Л.Г., Закиров С.Н., Шербаков Г.Р. Фильтрация газов в трещиноватых коллекторах. Изд. Недр, М., 1979. - 223 с.
- [10] Логанова Л.В. Параллельный алгоритм метода циклических встречных прогонок для двумерной области // Вестник СГАУ. №2. Самара. 2008. -С167-174.
- [11] Назарова И.А. Параллельные полностью неявные методы численного решения жестких задач для СОДУ // Искусственный интеллект 3'2005. Донецк, 2005. - С.185-193.
- [12] Неъматов А. Назирова Э.Ш. Численное моделирование процесса фильтрации газа в пористой среде // Международный академический вестник. - 2016. - № 1(13). - С. 52-56.

- [13] *Нематов А., Назирова Э.Ш.* Разработка вычислительного алгоритма и программного обеспечения исследований основных показателей нефтяных месторождений на компьютере // Проблемы вычислительной и прикладной математики. Ташкент, 2015. № 2. - С. 12-18.
- [14] *Равшанов Н., Назирова Э.Ш.* Численное решение двумерных задач фильтрации нефти в двухпластовых пористых средах // Современные технологии в нефтегазовом деле – 2018: Материалы Международной научно-технической конференции. - Т. 1. 30 марта 2018. Уфа: Изд-во УГНТУ, 2018. - С. 152-155.
- [15] *Равшанов Н., Нематов А., Исмаилов Ш.* Эффективный численный алгоритм решения задач фильтрации нефти в пористой среде // Проблемы вычислительной и прикладной математики № 5(43) 2022. -С.16-29.
- [16] *Абасов М.Т., Жалилов К.Н.* Вопросы подземной гидродинамики и разработки нефтяных и газовых месторождений. 1960. – 255 с.
- [17] *Гусейн-Заде М.А., Колосовская А.К.* 1972. Упругий режим в однопластовых и многопластовых системах. М.: "Недра". – 454 с.
- [18] *Самарский А.А.* Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. – 656 с.

Дата поступления
10.05.2024

Равшанов Н., Нематов А., Артикбаева Г., Исмаилов Ш. Ўзгарувчанлик босимга боғлиқ равишда ўзгариш жараёнини математик моделлаштириш.

Аннотация: Мақолада сўст ўтказувчанлик қатлам билан боғланган икки қатламли ҳовак муҳитларда филтрация чегаравий масалаларининг кенг синфига мос математик модел ва масалани ечишнинг самарали ҳисоблаш алгоритми келтирилган. Газ конларини ўзлаштиришнинг асосий кўрсаткичларини ўрганиш бўйича ҳисоблаш тажрибалари натижалари келтирилган ва ҳамда ҳоваклик коэффициентининг босим ўзгаришига боғлиқлигининг тадқиқи ўрганилган.

Калит сўзлар: математик модель, сонли моделлаштириш, филтрация, параболик турдаги ночизиқли дифференциал тенгламалар, ҳисоблаш тажрибаси

Ravshanov N., Nematov A., Artikbaeva G., Ismailov Sh. *Mathematical modeling of the process of changing the porosity coefficient depending on pressure in dynamically connected gas layers.*

Abstract: The article presents a mathematical model corresponding to a wide class of boundary value problems of filtration in two-layer porous media in the presence of a weakly permeable bridge and an effective computational algorithm for solving the problem. The results of computational experiments to study the main indicators of gas field development are presented, and a study of the dependence of the porosity coefficient on pressure changes is carried out.

Keywords: mathematical model, numerical modeling, filtration, nonlinear differential equations of the parabolic type, computational experiment

УДК 532.546

АНОМАЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС ВЕЩЕСТВА В ЭЛЕМЕНТЕ ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТЫХ СРЕД С УЧЕТОМ РАВНОВЕСНОЙ АДСОРБЦИИ

^{1,2}Хужаёров Б., ¹Джиянов Т.О., ¹Эшдавлатов З.З.

¹Самаркандский государственный университет им. Шарафа Рашидова, Самарканд

²Институт математики имени В.И.Романовского, Академия наук РУз, Ташкент

E-mail: ¹b.khuzhayorov@mail.ru, ²t.djiyanov@mail.ru, ³z.eshdavlatov@mail.ru

Аннотация: Исследована задача аномального переноса вещества в элементе трещиновато-пористых сред (ТПС) с учетом равновесной адсорбции. Среда состоит из одной трещины и примыкающего к ней пористого блока. Учивается аномальность переноса вещества в трещине и пористом блоке с использованием дробных производных в модели. Поставлена и численно решена задача переноса вещества с использованием метода конечных разностей, где дробные производные аппроксимируются по определению Капуто. На основе численных результатов определены поля концентрации вещества и адсорбции в трещинах и пористых блоках. Исследовано влияние адсорбции и аномальности на характеристики переноса вещества.

Ключевые слова: адсорбция; дробные производные; концентрация вещества; пористый блок; трещиновато-пористая среда; численное решение.

Введение. Если пористую среду рассматривать как многофазное материальное тело, в котором можно выделить представительный элементарный объем (ПЭО), он всегда будет содержать твердую фазу, т.е. скелет пористой среды, и пустотное пространство. Размер ПЭО таков, что физические параметры, которые представляют распределения пустотного пространства и твердой матрицы в нем, являются статистически значимыми [1]. В частности, трещиновато-пористая среда может рассматриваться как композиция из двух хорошо различимых образований, а именно отдельных трещин, сетей трещин и твердой среды или пористой матрицы, находящейся между трещинами (называемой также пористой матрицей). Подробное описание ТПС и сетей трещин можно найти в [2, 3]. При этом отдельные

трещины выглядят как плоские разрывы или как две твердые поверхности, которых окружает пористая среда – матрица. Трещины рассматриваются как пористые среды с обычно более высокой проницаемостью, чем прилегающая пористая матрица [4–7].

В [8] рассмотрена аналогичная задача с учетом неравновесной адсорбции. Однако объект исследования отличается от рассматриваемого здесь. В [8] объект состоит из двух трещин и пористого блока между ними. Учитывается также слоистая неоднородность среды.

В данной работе исследуется аномальный перенос вещества в элементе ТПС, который состоит из двух зон одиночной трещины и соседней пористого блока. Адсорбция вещества является равновесной как в трещине, так и в пористом блоке. На основе численного решения задачи получены поверхности концентрации вещества и адсорбированной массы. Оценено влияние адсорбции и дробного порядка производных на показатели переноса.

Постановка задачи. Рассматривается задача о переносе вещества в элементе трещиновато-пористой среды, состоящем из одной трещины и примыкающего к ней пористого блока (матрицы), с учетом равновесной адсорбции. Трещина представляет собой полубесконечный одномерный объект [9, 10], поэтому распределение вещества и поток жидкости по ее сечению считаются равномерными. В такой постановке второе измерение трещины – ее толщина – не учитывается. Матрица занимает первую четверть плоскости. В этом случае, задача рассматривается в области $R\{0 \leq x < \infty, 0 \leq y < \infty\}$. Полуось $y = 0, 0 \leq x < \infty$ состоит из трещины, а $y > 0, 0 \leq x < \infty$ – из матрицы. Пусть в трещине жидкость течет с заданной постоянной скоростью v . С конца $x=0$ трещины подается жидкость с концентрацией вещества c_0 . Первоначально трещина и пористый блок считаются заполненными чистой (без вещества) жидкостью. В пористом блоке – происходит только диффузионная переноса вещества, а в трещине – конвективно-диффузионная.

Учитывается адсорбция по изотерме Генри, т.е.

$$s_f = k_f c_f, \quad s_m = k_m c_m, \quad k_f, k_m = \text{const}, \quad (1)$$

где k_m, k_f – адсорбционные коэффициенты в матрице и в трещине, $\text{м}^3/\text{кг}$, s_f и s_m – объемы адсорбированного вещества на единицу массы среды, в трещине и пористом блоке, соответственно, $\text{м}^3/\text{кг}$.

Уравнения переноса вещества принимаем в следующем виде

$$R_f \frac{\partial c_f}{\partial t} + v \frac{\partial c_f}{\partial x} = D_f \frac{\partial^\beta c_f}{\partial x^\beta} + m_0 D_m \left(\frac{\partial^\delta c_m}{\partial y^\delta} \right) \Big|_{y=0}, \quad (2)$$

$$R_m \frac{\partial c_m}{\partial t} = D_m \frac{\partial^{1+\delta} c_m}{\partial y^{1+\delta}}, \quad (3)$$

где $R_f = 1 + \rho k_f$, $R_m = 1 + \rho k_m$ являются ретардационными коэффициентами; ρ – плотность среды, $\text{кг}/\text{м}^3$; D_m – коэффициент аномальной диффузии в матрице, $\text{м}^{1+\delta}/\text{с}$; D_f – коэффициент аномальной диффузии в трещине, $\text{м}^\beta/\text{с}$; $c_m = c_m(t, x, y)$ – концентрация в матрице, $\text{м}^3/\text{м}^3$; $c_f = c_f(t, x)$ – концентрация вещества в трещине, $\text{м}^3/\text{м}^3$; m_0 – коэффициент пористости матрицы; v – скорость движения жидкости, $\text{м}/\text{с}$; β, δ – порядки производных, $0 < \delta \leq 1$, $1 < \beta \leq 2$; x, y – координаты, м ; t – время, с .

Начальные и граничные условия принимаются как

$$c_f(0, x) = 0, \quad c_m(0, x, y) = 0, \quad (4)$$

$$c_f(t, 0) = c_0, \quad c_f(t, \infty) = 0, \quad (5)$$

$$c_m(t, x, 0) = c_f(t, x), \quad c_m(t, x, \infty) = 0. \quad (6)$$

Задача (2), (3) при условиях (4) - (6) решается методом конечных разностей [11]. В области $D = \{0 \leq t \leq T, 0 \leq x < \infty, 0 \leq y < \infty\}$ вводим сетку, где T – максимальное время, в течение которого исследуется процесс. Для этого интервал $[0, \infty)$ по направлению x разбиваем с шагом h_1 , а интервал $[0, \infty)$ по направлению y – с h_2 , и отрезок $[0, T]$ разбиваем на J частей с шагом τ . В результате имеем сетку:

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_{h_1 h_2 \tau} = \{ & (x_i, y_k, t_j), i = 0, 1, 2, \dots, I; k = 0, 1, 2, \dots, K; \\ & j = 0, 1, \dots, J; x_i = ih_1; y_k = kh_2; t_j = j\tau; \tau = T/J \}. \end{aligned} \quad (7)$$

Уравнения (2), (3) аппроксимируются на сетке (7). Для этого используем явную схему [12], а дробные производные определим в смысле Капуто [13]. Следовательно, аппроксимации имеют вид

$$\frac{(c_f)_i^{j+1} - (c_f)_i^j}{\tau} + \nu \frac{(c_f)_{i+1}^j - (c_f)_i^j}{R_f h_1} = \frac{m_0 D_m ((c_m)_{i1}^j - (c_m)_{i0}^j)}{R_f \Gamma(2-\delta) h_2^\delta} + \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & + \frac{D_f}{R_f \Gamma(3-\beta) h_1^\beta} \cdot \sum_{q=0}^{k-1} ((c_f)_{i-(q-1)}^j - 2(c_f)_{i-q}^j + (c_f)_{i-(q+1)}^j) \times ((q+1)^{2-\beta} - q^{2-\beta}), \\ & \frac{(c_m)_{ik}^{j+1} - (c_m)_{ik}^j}{\Gamma(2-\gamma) \tau^\gamma} = \frac{D_m}{R_m \Gamma(2-\delta) h_2^{1+\delta}} \cdot \sum_{r=0}^{k-1} ((c_m)_{ik-(r-1)}^j - 2(c_m)_{ik-r}^j + (c_m)_{ik-(r+1)}^j) \times ((r+1)^{1-\delta} - r^{1-\delta}), \end{aligned} \quad (9)$$

где $(c_f)_i^j$, $(c_m)_{ik}^j$ – сеточные значения концентраций $c_f(t, x)$ и $c_m(t, x, y)$ в узлах сетки (t_j, x_i) и (t_j, x_i, y_k) соответственно, $\Gamma(\cdot)$ – гамма функция.

Сеточные уравнения (9), (10) приводятся к рекуррентному виду

$$\begin{aligned} (c_f)_i^{j+1} = & \frac{m_0 D_m \tau ((c_m)_{i1}^j - (c_m)_{i0}^j)}{R_f \Gamma(2-\delta) h_2^\delta} - \frac{\nu \tau ((c_f)_{i+1}^j - (c_f)_i^j)}{R_f h_1} - (c_f)_i^j \\ & + \frac{\tau D_f}{R_f \Gamma(3-\beta) h_1^\beta} \cdot \sum_{q=0}^{k-1} ((c_f)_{i-(q-1)}^j - 2(c_f)_{i-q}^j + (c_f)_{i-(q+1)}^j) \times ((q+1)^{2-\beta} - q^{2-\beta}), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} (c_m)_{ik}^{j+1} = & (c_m)_{ik}^j + \frac{D_m \tau}{R_m h_2^{\delta+1} \Gamma(2-\delta)} \times \\ & \times \sum_{r=0}^{k-1} [((c_m)_{ik-(r-1)}^j - 2(c_m)_{ik-r}^j + (c_m)_{ik-(r+1)}^j) \times ((r+1)^{1-\delta} - r^{1-\delta})] \end{aligned} \quad (11)$$

$$i = \overline{0, I-1}, j = \overline{0, J-1}, k = \overline{0, K-1}.$$

Начальные и граничные условия (4)-(6) аппроксимируются как

$$(c_f)_i^0 = 0, \quad (12)$$

$$(c_m)_{i,k}^0 = 0, \quad (13)$$

$$(c_f)_0^j = c_0, \quad (14)$$

$$(c_m)_{i,0}^j = (c_f)_i^j, \quad (15)$$

$$(c_f)_I^j = 0, \quad (16)$$

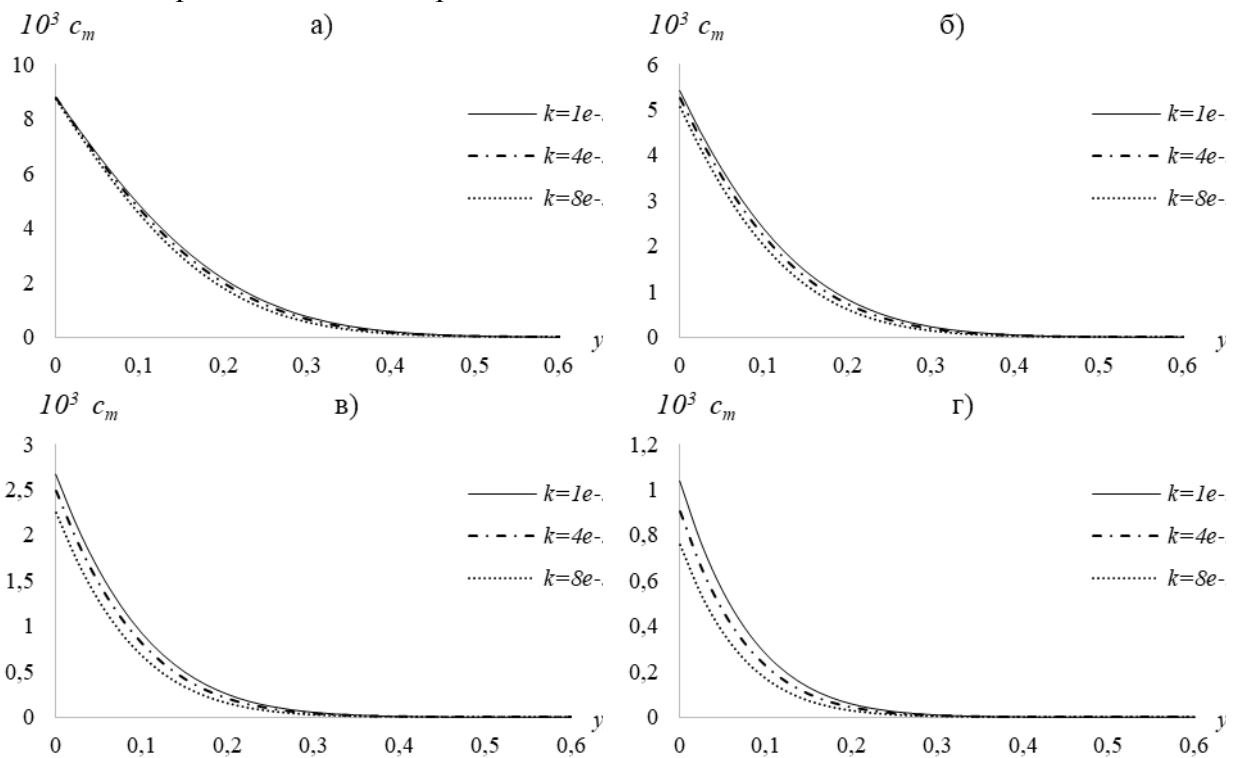
$$(c_m)_{i,K}^j = 0. \quad (17)$$

Поля $(c_f)_i^j, (c_m)_{ik}^j$ определяются из уравнений (10), (11). После определения полей концентрации из изотерм Генри можно определить поля адсорбции $(s_f)_i^{j+1} = k_f (c_f)_i^{j+1}$ и $(s_m)_{ik}^{j+1} = k_m (c_m)_{ik}^{j+1}$. В расчетах использованы следующие значения исходных параметров: $c_0 = 0,01 \text{ м}^3/\text{м}^3$; $D_m = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^{1+\delta}/\text{с}$; $D_f = 2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^\beta/\text{с}$; $v = 1 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}$; $m_0 = 0,35$; $\rho = 2500 \text{ кг/м}^3$; $T = 3600 \text{ с}$ и при $k_f = k_m = k$, различные β, δ, k .

На рис.1-2 показаны вертикальные сечения поверхностей c_m и s_m , соответствующие разным x . Используем три значения коэффициентов адсорбции $k = k_f = k_m$. Здесь взяты одинаковые значения k_f и k_m , хотя в матрице с учетом большей удельной поверхности коэффициент адсорбции k_m обычно имеет большие значения, чем k_f .

На рис. 1 показаны сечения поверхности концентрации c_m и s_m для классического случая $\beta = 2, \delta = 1$, когда диффузионный перенос в двух зонах происходит без проявления аномальных эффектов, при различных значениях k . С увеличением коэффициента адсорбции k распределение концентрации в пористом блоке и в трещине уменьшается (рис. 1, а-г). Это связано с тем, что часть вещества, попадающая в среду, адсорбируется.

Анализирован случай аномальной диффузии с параметрами $\beta = 1,7, \delta = 0,8$ (рис. 2). Полученные результаты показывают «быструю диффузию» как в трещине, так в матрице. Исследовались также случаи с уменьшением δ от 1 при $\beta = 2$ и уменьшением β от 2 при $\delta = 1$. В этих случаях получена «быстрая диффузия» в матрице и трещине, соответственно. Однако, ускорение диффузии в трещине приводит к изменению распределения вещества в матрице. Аналогично, ускорение диффузии в матрице, в свою очередь, влияет на распределение концентрации вещества в трещине.



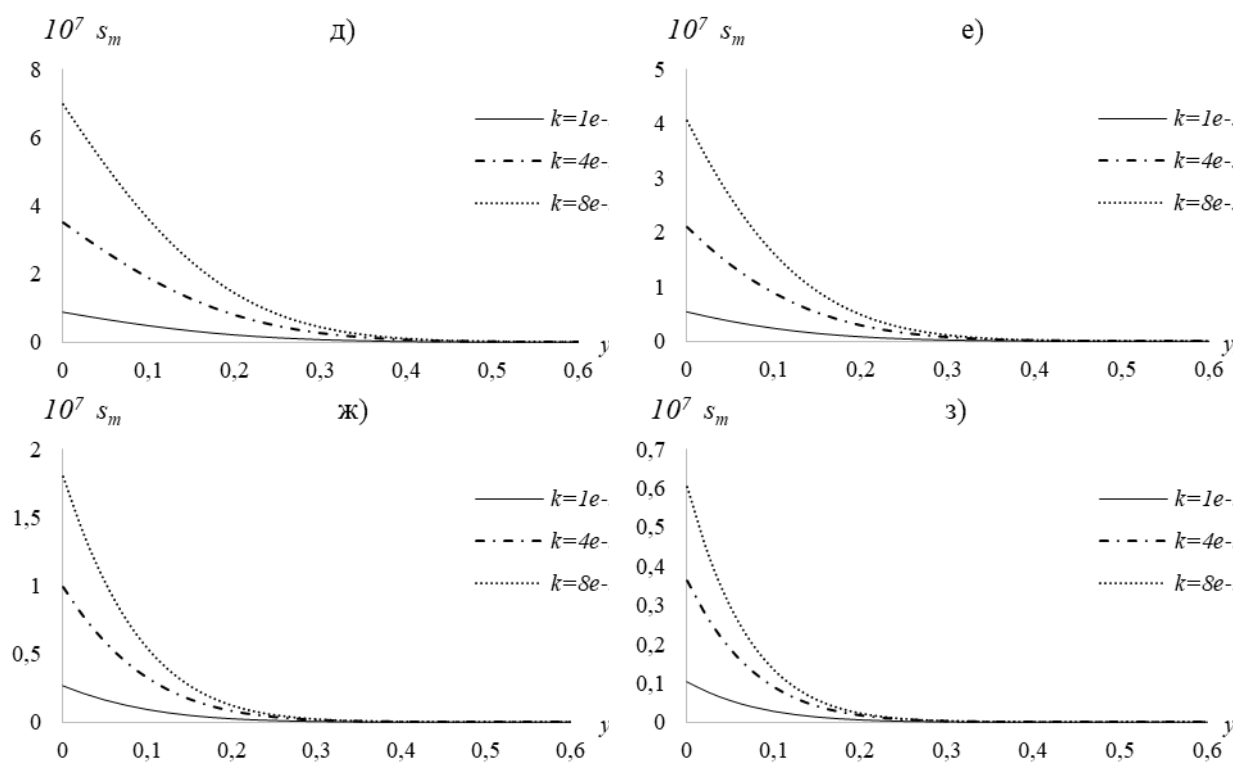
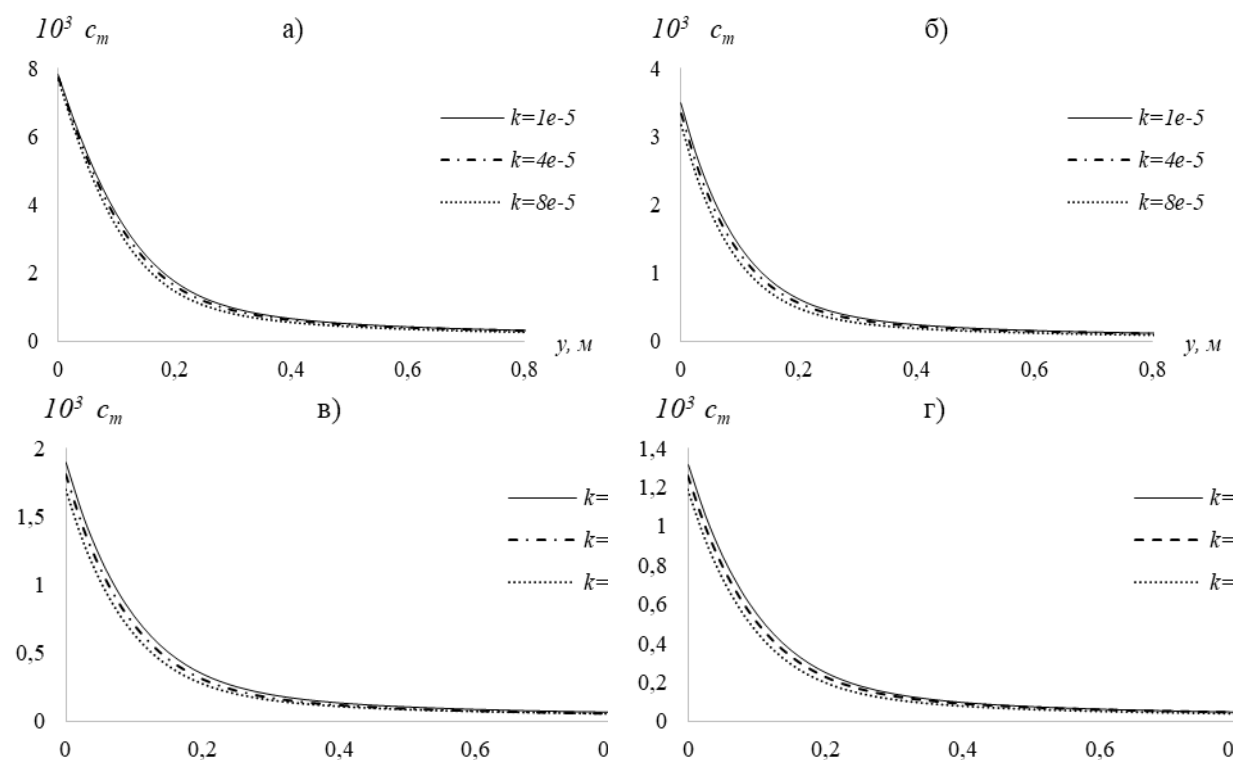
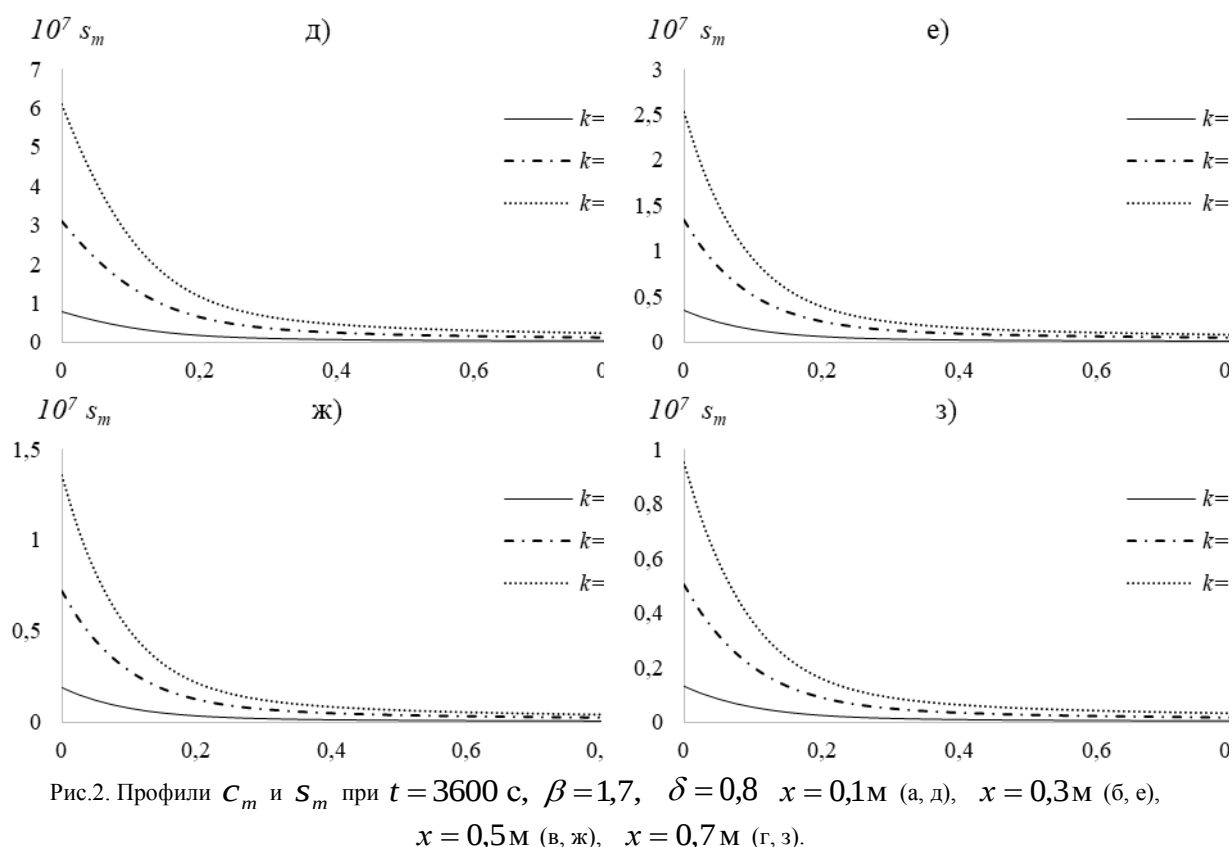


Рис.1. Профили c_m и s_m при $t = 3600 \text{ с}$, $\beta = 2$, $\delta = 1$ $x = 0,1 \text{ м}$ (а, д), $x = 0,3 \text{ м}$ (б, е), $x = 0,5 \text{ м}$ (в, ж), $x = 0,7 \text{ м}$ (г, з).





Заключение. Рассмотрена задача аномального переноса вещества в элементе ТПС, состоящем из двух зон, одна – это трещина, а другая – соседний к трещине пористый блок.

Задача решена численно с использованием метода конечных разностей. Распределение концентрации и адсорбции вещества получено при различных значениях порядка дробной производной в обеих зонах, принимая коэффициенты диффузии и скорости жидкости в трещине и пористом блоке постоянными. На основе численных расчетов было установлено, что в результате адсорбции концентрация вещества в обеих зонах уменьшается.

Показано, что при уменьшении порядка дробной производной в элементе ТПС поля концентрации и адсорбированного вещества становятся более широко распределенными. Следовательно, происходит “быстрая диффузия”. Таким образом, данный подход позволяет проводить качественный и количественный анализ процессов аномального переноса вещества в ТПС.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Bear J. Dynamics of fluids in porous media. Courier Corporation, 2013.
- [2] Adler P.M., Thovert J.F. Theory and applications of transport in porous media: fractures and fracture networks. Kluwer Academic Publishers: Dordrecht, 1999, Vol. 15
- [3] Sahimi M. Flow and transport in porous media and fractured rock: from classical methods to modern approaches. John Wiley & Sons, 2011.
- [4] Rezaei A., Pirvand M. Semi-analytical solution for reactive contaminant transport in a filled-fractured system with intervening rock matrices: Case examples of tritium and uranium // Journal of Hydrology. 2022, T. 608, pp. 127642.
- [5] Nelson R.A., Handin J. Experimental study of fracture permeability in porous rock // AAPG Bulletin. 1977, No.61, 1977, pp. 227–236.
- [6] Gale J.E., Quinn O., Wilson C., Forster C., Witherspoon P.A., Jacobson L. Hydrogeologic characteristics of fractured rocks for waste isolation / The Stripa Experience. Symp. Sci. Basis for Nucl. Waste Mgmt., Boston, MA, 1980, 27–30 November, P. 507–518.
- [7] Grisak G.E., Pickens J.F. An analytical solution for solute transport through fractured media with matrix diffusion // Journal of Hydrology. 1981, T. 52, No. 1-2, pp. 47-57.
- [8] Khuzhayorov B., Mustofoqulov J., Ibragimov G., Md Ali F., Fayziev B. Solute transport in the element of fractured porous medium with an inhomogeneous porous block // Symmetry. 2020, No.12(6), 1028.
- [9] Grisak G.E., Pickens J.F. Solute transport through fractured media 1. The effect of matrix diffusion // Water Resources Research 16, 1980, pp. 719–730.

- [10] Grisak G.E., Pickens J.F, Cherry J.A. Solute transport through fractured media 2. Column study of fractured till // Water Resources Research 16. 1980, pp. 731–742.
- [11] Самарский А.А. Теория разностных схем. Москва, Наука, 1977. – 656 с.
- [12] Xia Yuan, Wu Jichun, Zhou Luying. Numerical solutions of time-space fractional advection dispersion equations // International Conference of Computing for Engineering and Sciences. 2009, Vol.9, No.2, P.117-126
- [13] Caputo M. Models of flux in porous media with memory // Water Resources Research. 2000, No.36(3), pp. 693–705.

Дата поступления
02.07.2024

Хужаёров Б., Джианов Т.О., Эшдавлатов З.З. Мувозанат адсорбсияни ҳисобга олган ҳолда ёриқ-говак муҳит элементида модданинг аномал кўчиши.

Аннотация: Ёриқ говак муҳит элементида модданинг аномал кўчиши масаласи мувозанат адсорбсияни ҳисобга олган ҳолда ўрганилган. Қаралаётган муҳит битта ёриқ ва унга қўшни бўлган говак блокдан иборат. Модданинг ёриқ ва говак блокада кўчишининг аномаллиги каср тартибли ҳосилалар ёрдамида моделиштирилган. Модда кўчиши масаласи чекли айирмалар усули ёрдамида сонли ечилган, бунда каср тартибли ҳосилалар Капуто таърифи билан аппроксимация қилинган. Сонли натижалар асосида ёриқлар ва говак блокларида моддалар концентратсияси ва адсорбция майдонлари аниқланган. Адсорбция ва аномаллиқнинг модданинг кўчиши хусусиятларига таъсири ўрганилган.

Калит сўзлар: адсорбция; ёриқ-говак муҳит; каср тартибли ҳосила; модда концентратсияси; сонли ечим; говак блок.

Khuzhayorov B., Djiyanov T.O., Eshdavlatov Z.Z. Anomalous solute transport in an element of fractured-porous media considering equilibrium adsorption

Abstract: The problem of anomalous solute transport in an element of fractured porous media with consideration of equilibrium adsorption is investigated. The medium consists of a single fracture and a porous block adjacent to it. Anomalous of solute transport in the fracture and porous block is taken into account using fractional derivatives in the model. The problem of solute transport is solved numerically using the finite difference method, where fractional derivatives are approximated by Caputo's definition. Based on numerical results, the solute concentration and adsorption fields in fracture and porous block are determined. The effects of adsorption and anomaly on the solute transport characteristics are also studied.

Keywords: adsorption; fractional derivatives; fractured-porous medium; numerical solution; porous block; solute concentration.

УДК 532

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В ЦИЛИНДРЕ НА ОСНОВЕ ПАКЕТА ПРОГРАММ COMSOL MULTIPHYSICS

Закиров А.Х.

Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Ташкент, Узбекистан

E-mail: asqar_z@ru

Аннотация. На основе осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса представлены результаты численного расчета турбулентного течения вязкого газа в цилиндре с плоской перегородкой. Для численного решения заданной системы нестационарных уравнений использовался метод конечных элементов и стандартные решатели Comsol Multiphysics. Для расчета турбулентной вязкости использовалась однопараметрическая модель турбулентности Spalart-Allmarass

Ключевые слова: математическое моделирование, модели турбулентности, осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса, однопараметрическая модель турбулентности Spalart-Allmarass'a; Comsol Multiphysics

Введение. Для решения научных, технологических и экологических проблем в сфере автомобильного транспорта необходимо разработать новые математические модели. На данном этапе развития двигателей внутреннего сгорания и их частей необходимо изучать сложных гидродинамических задач. Эти задачи возникают при обтекании тел различной формы потоками жидкости и газа с произвольными начальными и граничными условиями для рассматриваемой области.

Развитие современного двигателестроения обусловлено совершенствованием конструкции и принципа работы двигателей, т.е. повышением среднего эффективного давления и быстроходности четырёхтактных двигателей. Двигатель внутреннего сгорания (ДВС) является основной энергетической установкой наземных транспортных средств. Поэтому важной задачей является изучение существующих двигателей и их рабочих процессов с целью улучшения мощностно-экономических и экологических показателей ДВС [1-3]. В моделировании двигателя есть два этапа: моделирование потока жидкости и моделирование горения и опорожнения.

В статье [4] обобщен метод искусственной сжимаемости для расчета стационарных течений вязкого газа, который подходит для произвольных значений числа Маха. В работе [5] излагается современное состояние и области применимости различных подходов к моделированию турбулентности. Приводится анализ и содержание наиболее распространенных полуэмпирических моделей турбулентности. Рассматриваются примеры применения этих моделей для расчета установившегося течения в плоском канале.

Создание высокоэффективного двигателя в газораспределительных механизмах связано с решением ряда других вопросов, прежде всего обеспечением соответствия современным экологическим требованиям. Процесс газообмена в газораспределительных механизмах двигателя с наименьшим гидравлическим сопротивлением можно привести к задаче теории струй сжимаемого газа [6-8].

В [9] представлен краткий обзор гипотез А.Н.Колмогорова по теории турбулентности и их следствий, где основное внимание уделено методам замыкания уравнений Рейнольдса с использованием современных полуэмпирических моделей турбулентности. Полная система уравнений вязкой несжимаемой жидкости в переменных скорость-давление решалась численным методом конечных разностей для нестационарного течения [10]. Для выполнения практических расчетов были разработаны разные модели турбулентности на основе различных предположений и подходов.

Работы [11,12] посвящены моделированию турбулентного отрывного обтекания пластинки в цилиндре. В качестве математической модели течений используются осредненные по Рейнольдсу нестационарные уравнения Навье-Стокса. Для вычисления турбулентной вязкости используется однапараметрическая модель турбулентности Spalart-Allmaras (SA). Для решения системы нестационарных уравнений гидродинамики применяется метод конечных разностей. Представлен численный метод расчета плоских течений вязкого газа в цилиндре с дозвуковым потоком, с помощью моделей турбулентности.

Вычислительная гидродинамика (CFD) – это инструмент для решения основных задач гидродинамики, в том числе для моделирования внутренних и внешних ламинарных и турбулентных течений.

В модуле «Вычислительная гидродинамика» представлен обширный набор моделей турбулентной вязкости на основе осреднённых по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (RANS-модели). С помощью решения уравнений Навье-Стокса, можно моделировать ламинарные и переходные турбулентные течения жидкости в широком диапазоне параметров. Пакет COMSOL Multiphysics представляет инструмент, позволяющий моделировать физические процессы устройства из различных областей науки и техники, в т.ч. сопряженные задачи (гидродинамика и теплопередача, механика и др.). COMSOL Multiphysics предлагает уникальные возможности моделирования, которые позволяют инженерам создавать инновационные решения, оптимизировать характеристики, сократить время и снизить затраты на разработку конечного продукта.

Численная обработка уравнений Навье – Стокса является основой любого метода вычислительной гидродинамики, постепенно проникшего в анализ течения жидкостей и газов. При этом, в общем случае, плотность, вязкость и другие составляющие уравнения сохранения импульса могут быть описаны произвольными функциями от любой зависимой переменной или их производных.

В настоящей работе рассмотрим возможности пакета COMSOL Multiphysics 6.1 для решения задач, на примере отрывного обтекания пластины, установленной в цилиндр, и продемонстрируем как использовать инструменты COMSOL для построения расчетных сеток с элементами в Декартовых и цилиндрических координатах, задания соответствующих граничных условий и обработки результатов моделирования.

В качестве математической модели течения, использовались осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса. Турбулентная вязкость рассчитывалась с помощью однопараметрической турбулентной модели Спаларта-Альмараса. Для решения системы уравнений гидродинамики применяется метод конечных элементов. Представлены результаты численного расчета плоскопараллельных течений вязкого газа в цилиндре с плоским препятствием.

Постановка задачи. Цель исследования – использование методов вычислительной гидродинамики для моделирования течения жидкости и газа в газораспределительных механизмах ДВС. На рис. 1 представлена область течения рассматриваемой задачи.

В настоящем исследовании была использована неструктурированная расчетная сетка числом элементов 72624 (рис. 2).

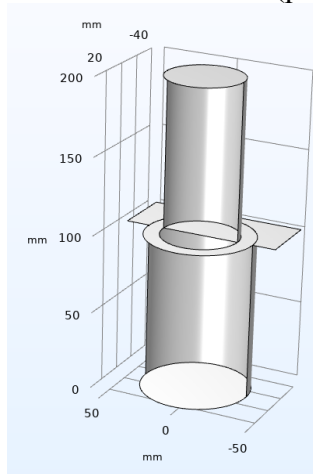


Рис. 1. Область течения.

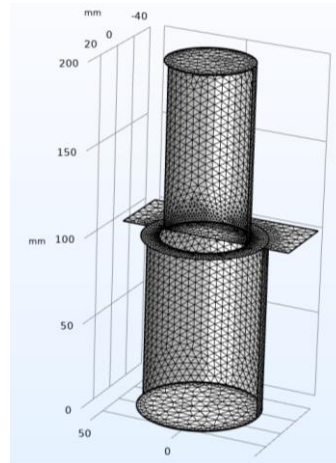


Рис. 2. Расчетная сетка.

Для описания объекта исследования используется система уравнений Навье-Стокса с осреднением по Рейнольдсу [13, 14]. Уравнения Навье-Стокса дискретизируются с использованием метода конечных элементов (FEM). Выбор конкретной модели турбулентности зависит от характера потока, доступных аппаратных ресурсов и ее способности охватывать полную физику потока жидкости. Для моделирования напряжений Рейнольдса в уравнениях RANS Comsol Multiphysics 6.1 предоставляет различные модели замыкания. Для вычисления турбулентной вязкости использована однопараметрическая модель турбулентности Spalart-Allmaras'a (SA) [15].

В последнее время модель Spalart-Allmaras'a является очень надежной моделью турбулентности, подходящей для большинства инженерных задач, которая все более широкое применение находит в области машиностроения.

Система гидродинамических уравнений для несжимаемой среды в декартовых координатах имеет вид [16]:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left((\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial u}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left((\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial v}{\partial y} \right), \\ \frac{d\tilde{\nu}}{dt} = P\nu - D\nu + \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left((\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial y} \right) \right] + \frac{C_{b2}}{\sigma} \left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial y} \right)^2, \\ P\nu = C_{b1} (1 - f_{t2}) \tilde{S} \tilde{\nu}, \quad D\nu = \left[C_{w1} f_w - \frac{C_{b1}}{k^2} f_{t2} \right] \left(\frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь u, v – соответственно продольная и вертикальная составляющие вектора скорости потока; p – гидростатическое давление; Re – число Рейнольдса; $\tilde{\nu}$ – линейная вихревая вязкость. Турбулентная вихревая вязкость рассчитывается по формуле: $\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1}$. Остальные величины получены такие же, как у «стандартной» модели, представленной в [15].

Наличие плоского препятствия в цилиндрическом канале задачу переводит в класс трехмерных задач с включением тангенциальной координаты в цилиндрических координатах. В связи с этим при численном решении задачи использованы Декартовы координаты.

Метод решения. Численное решение представленной системы уравнений проводилось в физических переменных скорость-давление путем физического расщепления полей скорости и давления [17]. Для численного решения системы исходных нестационарных уравнений (1) использован метод конечных элементов. Для решения использованы стандартные решатели COMSOL Multiphysics 6.1 [18].

Целью рассматриваемой задачи является поиск решения в расчетной области (рис. 2). Обычно размеры и форма расчетной области определяются исследуемой проблемой. Исследуется течение жидкости в цилиндре, стенки которого ограничивают расчетную область только из внутренней полости цилиндра, в которой исследуется поле скорости потока. Строится геометрия расчета, затем расчетная область разбивается на множество небольших конечных элементов, описывающих решение задачи в выбранных точках, так называемых узлов. Используемые в COMSOL алгоритмы достаточно универсальны и дают хороший для первого приближения результат.

Результаты расчетов и их обсуждение. Расчёты проводились при следующих значениях основных параметров течения: кинематическая вязкость воздуха $\nu=0.133 \text{ см}^2/\text{с}$, плотность $\rho_0=1.209 \text{ кг/м}^3$, давление $p_0=0.1 \text{ МПа}$.

На рис. 3 представлены распределения продольной (U) скорости в поперечных сечениях канала: $y/h=110, 130$ и 150 для различных значений числа Рейнольдса, рассчитанные с помощью описанной методики. Распределение поперечной скорости (V) потока в поперечных сечениях канала: $y/h=110, 130$ и 150 для различных значений числа Рейнольдса представлены на рис. 4.

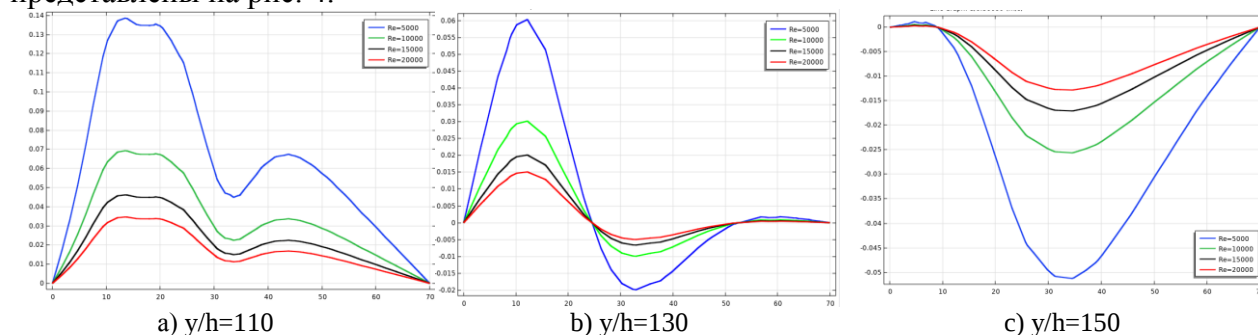


Рис. 3. Распределение продольной скорости (U) потока в различных поперечных сечениях для значений числа Рейнольдса.

Из графиков рис. 3а и 4а видно, что для сечения $y/h=110$ на лицевой стороне пластины течение безвихревое при различных значениях числа Рейнольдса. В результате отрыва потока с пластины в сечении $y/h=130$ можно наблюдать процесс образования вихрей (рис. 3б и 4б). По мере удаления потока от пластины по каналу вихри постепенно исчезают (рис. 3с и 4с).

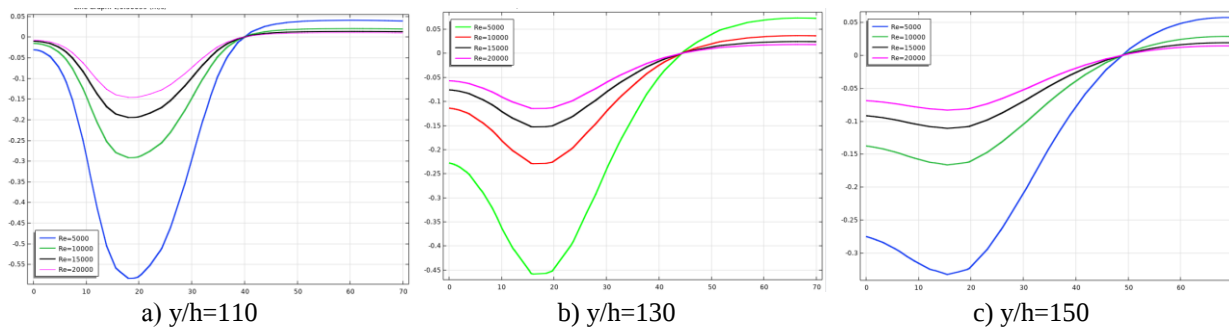


Рис. 4. Распределение поперечной скорости (V) потока в различных поперечных сечениях для значений числа Рейнольдса.

На рис. 5 показаны контурные графики средней осевой скорости и давления потока в цилиндре в средней плоскости и линия тока. Изолинии поля скорости на рис. 5 представляют соединения точек с одинаковыми значениями скорости в потоке. Они используются для визуализации и анализа характера движения жидкости или газа. Изолинии скорости на рис. 5 могут показывать различные аспекты движения потока, такие как области больших и малых скоростей, области вихревого движения и общую структуру потока. Они могут также выявлять различия скоростей в различных областях потока, что важно для анализа подобластей турбулентных и ламинарных режимов движения.

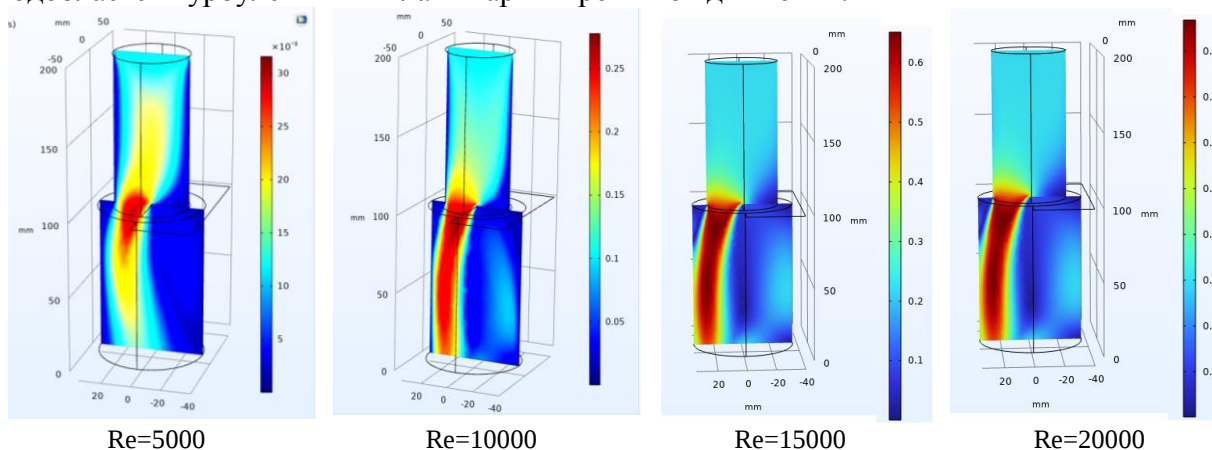


Рис. 5. Изолинии поля скорости в цилиндре.

На рис. 6 приводятся векторы поля скоростей. Векторное поле скоростей представляет собой набор векторов, распределенных в пространстве, каждый из которых показывает направление и величину скорости в каждой точке.

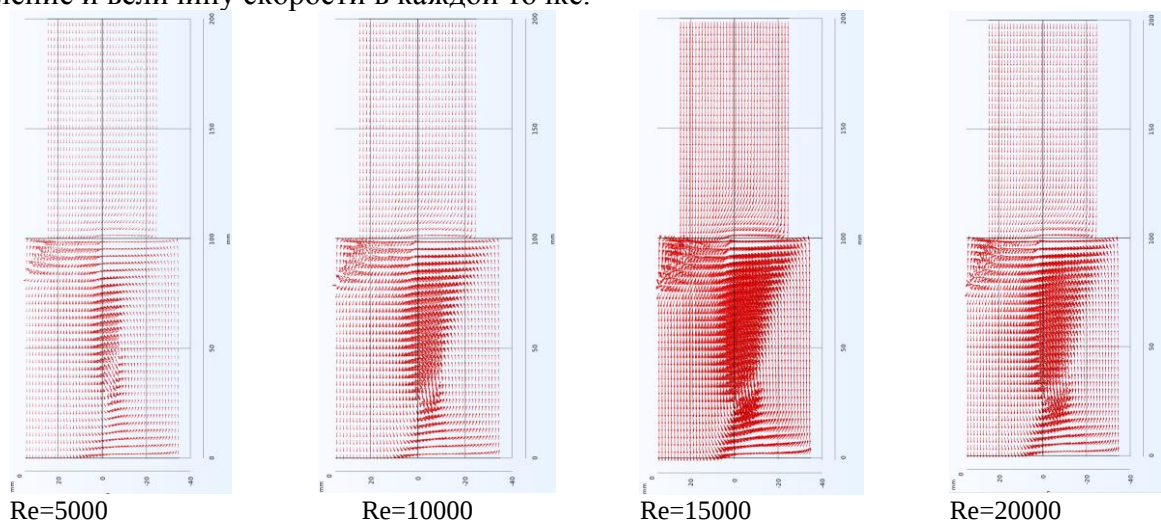


Рис. 6. Поле вектора скоростей при различных значениях числа Рейнольдса.

Заключение. В работе проведено моделирование течения несжимаемой среды в цилиндре. Для численного решения системы исходных нестационарных уравнений использован метод конечных элементов и стандартные решатели Comsol Multiphysics. На примере расчета обтекания пластинки, установленной в цилиндр, продемонстрирована возможность моделирования течений около сложных конфигураций и возможность использования инструментов COMSOL для построения расчетных сеток с совмещением элементов в Декартовых и цилиндрических координатах, задания граничных условий и обработки результатов моделирования.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Петриченко Р.М. Физические основы внутрицилиндровых процессов в двигателях внутреннего сгорания. – Ленинград: изд-во ЛГУ, 1983. – 244 с.
- [2] Машикур Махмуд А. Математическая модель процессов газодинамики и теплообмена во впускной и выпускной системах ДВС: Дисс... канд. техн. наук. – Санкт-Петербург, 2005. – 147 с.
- [3] Хмельев Р.Н. Исследование влияния газодинамических процессов на функционирование ДВС: Дисс... канд. техн. наук. – Тула, 2002. – 144 с.
- [4] Стрелец М.Х., Шур М.Л. Метод масштабирования сжимаемости для расчёта стационарных течений вязкого газа при произвольных числах Маха // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1988, Т. 28, №.2. – С. 254-266.
- [5] Гарбарук А.В., Стрелец М.Х., Шур М.Л. Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений. – Санкт-Петербург: изд-во Политехн. ун-та, 2012. – 88 с.
- [6] Седов Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. – Москва: Наука, 1980. – 448 с.
- [7] Гуревич М.И. Теория струй идеальной жидкости. – Москва: Наука, 1979. – 536 с.
- [8] Хамидов А.А. Плоские и осесимметричные задачи о струйном течении идеальной сжимаемой жидкости. – Ташкент, Фан, 1978. – 140 с.
- [9] Мазо А.Б. Моделирование турбулентных течений несжимаемой жидкости. – Казань, 2007.
- [10] Костин А.Г., Никифорович Е.И., Розумнюк Н.В. Метод численного решения уравнений Навье-Стокса в переменных скорость-давление // Прикладна гідромеханіка, 2008, Том 10, № 2. – С. 13-23.
- [11] Закиров А.Х. Численное моделирование отрывного течения жидкости в цилиндре / Тезисы докладов XXVI Всероссийского семинара с международным участием по струйным, отрывным и нестационарным течениям: Санкт-Петербург, 27 июня – 1 июля 2022. – С. 215.
- [12] Asqar Kh. Zakirov, Farrukh Nazarov. A Numerical Method for Calculating Plane Flows of Viscous Gas in a Cylinder // World of Transport and Transportation. 2023, Vol. 21, Iss. 4 (107), pp. 152–157.
- [13] Madaliev M.E. Numerical Calculation of an Air Centrifugal Separator Based on the SARC Turbulence Model // Journal of Applied and Computational Mechanics. 6(SI). 2020, pp.1133-1140. ISSN: 2383-4536, DOI: 10.22055/JACM.2020.31423.1871.
- [14] Malikov Z.M., Madaliev M.E. Numerical Simulation of Two-Phase Flow in a Centrifugal Separator // Fluid Dynamics. 2020, Vol. 55, No. 8, pp. 1012–1028. © Pleiades Publishing, Ltd., 2020.
- [15] Spalart P.R., Allmaras S.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // AIAA Paper, 1992-0439.
- [16] Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – Москва: Наука, 1987. – 678 с.
- [17] Patankar S.V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Taylor and Francis. ISBN 978-0-89116-522-4, 1980.
- [18] COMSOL Multiphysics user's guide. Руководство пользователя Comsol MultiPhysics, версия 3.5a. Comsol Inc. 2009, 624 с.

Дата поступления
08.02.2024

Закиров А.Х. COMSOL MULTIPHYSICS дастур пакети асосида цилиндрдаги газ оқимини сонли ҳисоблаш.

Аннотаси.: Рейнолдс бўйича ўртачалаштирилган Навье-Стокс тенгламалари асосида ясси тўсиқли цилиндрдаги ёпишқоқ газ турбулент оқимини сонли ҳисоблашнинг натижалари келтирилган. Берилган ностационар тенгламалар системасини сонли ечиш учун чекли элементлар усули ва стандарт Comsol Multiphysics ечиш воситаларидан фойдаланилган. Турбулент ёпишқоқликни ҳисоблаш учун Спаларт-Алларасснинг бир параметрли турбулентлик модели қўлланилган.

Калим сўзлар: математик моделлаштириш; турбулентлик моделлари; Рейнолдс бўйича ўртачалаштирилган Навье-Стокс тенгламалари; Спаларт-Алларасснинг бир параметрли турбулентлик модели; Comsol Multiphysics.

Zakirov A.Kh. Numerical calculation of gas flow in a cylinder based on the COMSOL MULTIPHYSICS program package.

Abstract: Based on the Reynolds-averaged Nav'e-Stokes equations, the results of the numerical calculation of the viscous gas turbulent flow in a cylinder with a flat barrier are presented. The finite element method and standard Comsol Multiphysics solvers were used to numerically solve the given system of nonstationary equations. The one-parameter turbulence model of Spalart-Allmarass was used to calculate the turbulent viscosity.

Keywords: mathematical modeling; turbulence models; Reynolds-averaged Navier-Stokes equations; Spalart-Allmarass one-parameter turbulence model; Comsol Multiphysics.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ BELL 540 НА ОСНОВЕ СОВРЕМЕННЫХ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Хамдамов М.М.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан
E-mail. mmhamdamov@mail.ru

Аннотация. В данной статье представлены результаты исследования обтекания дозвуковым потоком профиля BELL 540 с углами атаки от 0 до 12 градусов с применением $k-\varepsilon$ модели турбулентности. Для численной реализации уравнений переноса и турбулентности использовался метод конечных элементов, встроенный в пакете программ Comsol Multiphysics. Полученные результаты сравнивались с данными экспериментальных измерений и показали хорошее соответствие между ними, что подтверждает адекватность предложенной модели турбулентности. Обсуждаются основные аспекты методики исследования, включая параметров моделирования и анализ полученных данных.

Ключевые слова: уравнения Навье – Стокса; отрывное течение; модель $k-\varepsilon$; Comsol Multiphysics; NACA.

Введение Турбулентные потоки представляют собой сложные явления в области аэродинамики и гидродинамики, которые возникают в результате нелинейных взаимодействий между частицами жидкости или газа, а также их взаимодействия с твердой границей. Эти взаимодействия порождают хаотические и непредсказуемые движения, что делает турбулентность одним из наиболее сложных объектов изучения в физике потоков. Понимание турбулентных потоков имеет важное значение для различных инженерных областей. Турбулентность влияет на аэродинамические характеристики самолетов и ветрогенераторов, а также на эффективность и безопасность их функционирования. Также турбулентные характеристики потоки определяют поведение воды в реках, океанах и трубопроводах, что важно для проектирования гидротехнических сооружений и систем водоснабжения. Также турбулентность играет ключевую роль в разработке и оптимизации различных механизмов и машин, таких как турбомашин, насосы и вентиляторы. Исследование турбулентных потоков является актуальной задачей исследования в настоящее время, так как оно способствует разработке более точных и эффективных инженерных моделей. Несмотря на значительные достижения в этой области, многие аспекты турбулентных потоков остаются недостаточно изученными, что создает потребность в дальнейших исследованиях и разработках. Таким образом, понимание турбулентных потоков имеет фундаментальное значение для различных инженерных приложений и является объектом активного исследования в настоящее время.

Исследования аэродинамики являются важным компонентом разработки и оптимизации ветрогенераторов. BELL 540 является одним из наиболее распространенных аэродинамических профилей. Эффективные методы, такие как вычислительная гидродинамика (CFD), могут быть использованы для изучения обтекания профиля и определения его аэродинамических характеристик.

Исследование с использованием CFD позволяет проводить виртуальные эксперименты, моделируя течение вокруг профиля в различных условиях [1-6]. Для оценки аэродинамических параметров используются различные подходы, такие как модели $k-\varepsilon$ и $k-\omega$, для решения уравнений Навье-Стокса и уравнений турбулентности.

Аэродинамический профиль BELL 540 представляет собой крыло, разработанное с целью улучшения аэродинамических характеристик и повышения эффективности летательных аппаратов. Этот профиль используется в различных авиационных приложениях благодаря своим уникальным свойствам и высокой производительности, а также в дизайне лопастей ветрогенераторов благодаря своим превосходным аэродинамическим характеристикам. Все эти основные моменты необходимо учитывать при использовании этого профиля в контексте ветрогенераторов [7-12].

Профиль BELL 540 имеет сглаженные контуры с закругленной носовой частью и заостренной задней кромкой, что способствует минимизации аэродинамического сопротивления и улучшению производительности ветрогенератора. Толщина профиля, составляю-

щая от 12% до 18% хорды, оптимальна для создания подъемной силы и снижения сопротивления. Верхняя и нижняя поверхности имеют кривизну для оптимального распределения давления и улучшения аэродинамических характеристик. Профиль BELL 540 разработан для минимизации турбулентности, что важно для устойчивости работы ветрогенератора и уменьшения вибраций, которые могут негативно сказаться на сроке службы оборудования.

В данном исследовании мы сосредоточимся на численном моделировании турбулентного обтекания профиля BELL 540 под различными углами атаки в интервале от 0 до 12 градусов. Для численного моделирования мы используем пакет программ Comsol Multiphysics, который предоставляет широкие возможности для решения разнообразных задач механики сплошных сред, включая моделирование турбулентных потоков [15-18].

Основная цель данного исследования – проверить адекватности $k-\varepsilon$ модели турбулентности путем сравнения полученных численных данных с результатами экспериментальных измерений. Успешное сопоставление этих результатов подтвердит применимость данной модели к реальным инженерным задачам и повысит уровень доверия к численным методам в аэродинамике. В статье подробно описана методика исследования, представлены полученные результаты и обсуждена их значимость для практических приложений.

Физическая и математическая постановка задачи. Турбулентный профиль крыла BELL 540 должен эксплуатироваться в условиях практически несжимаемой жидкости. Число Рейнольдса на хорду $Re=5 \cdot 10^6$. На рис. 1 показаны расчетная сетка и граничные условия задачи [13-16]. Для решения задачи обтекания аэродинамического профиля BELL 540 использовались осреднённые по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса (RANS). Эти уравнения лежат в основе математического описания динамики несжимаемой жидкости и представляют собой систему дифференциальных уравнений, которые моделируют изменения скорости и давления в жидкой среде во времени и пространстве.

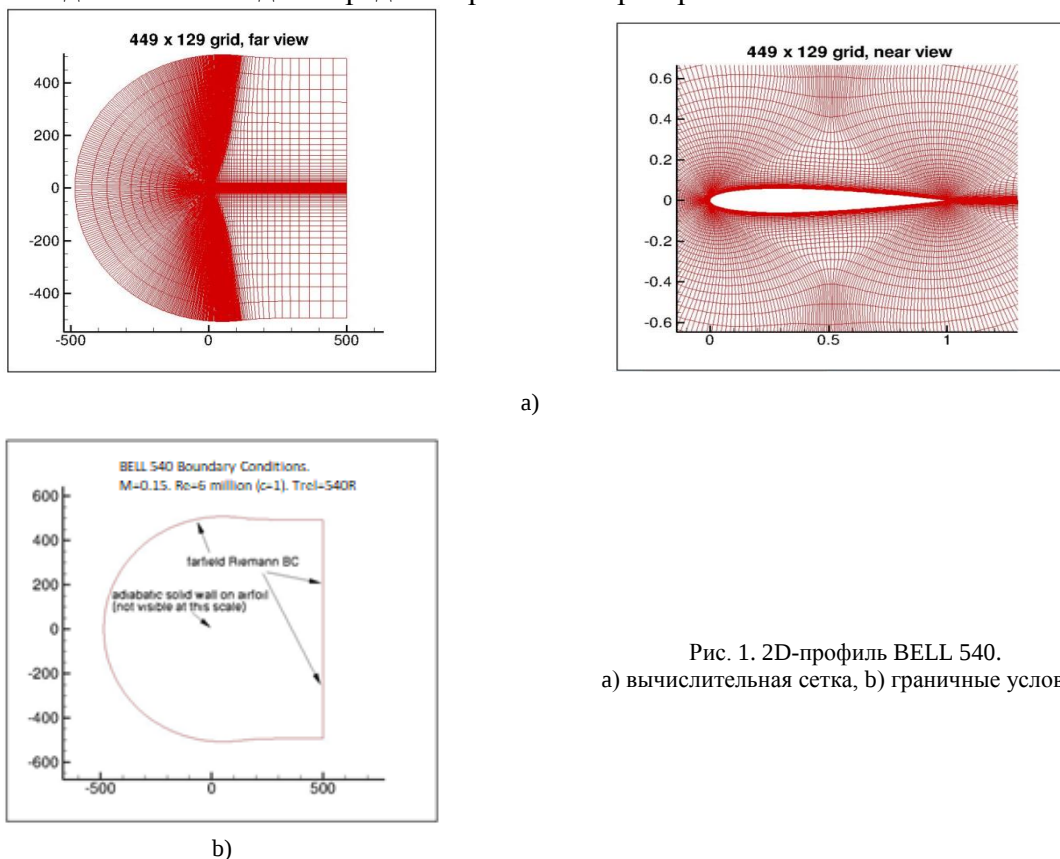


Рис. 1. 2D-профиль BELL 540.
а) вычислительная сетка, б) граничные условия

Уравнения Навье-Стокса в осреднённой форме учитывают турбулентные потоки и представляют собой следующую систему уравнений: уравнение сохранения массы (уравнение неразрывности потока), которое описывает закон сохранения массы внутри расчетной области [7-9]:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0. \quad (1)$$

уравнение сохранения импульса, которое описывает изменение скорости жидкости под воздействием внешних и внутренних сил:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, \quad (2)$$

где $\bar{u}_i$ – компоненты среднего скоростного поля; $\bar{p}$ – среднее давление; ν – кинематическая вязкость; τ_{ij} – компоненты тензора напряжений; ρ – плотность; суммирование ведется по повторяющимся индексам.

Использование уравнений Навье-Стокса, осреднённых по Рейнольдсу, позволяет учесть турбулентные эффекты и их влияние на обтекание аэродинамического профиля BELL 540. Эти уравнения решаются численными методами, например методом конечных элементов, с применением специализированных программных пакетов, таких как COMSOL Multiphysics. Такой подход обеспечивает получение детальных данных о характеристиках потока и его воздействии на профиль.

Для замыкания системы (1)-(2) использована k - ϵ модель турбулентности и целью данной статьи является проверка применимости модели турбулентности k - ϵ для описания течения турбулентного потока в обтекании аэродинамического профиля BELL 540. Полученные численные данные сопоставляются с известными экспериментальными данными, доступными на веб-сайте NASA Turbulence Modeling Resource (TMR) [12].

Модель k - ϵ широко используется в инженерной практике благодаря своей относительной простоте и способности адекватно описывать различные типы турбулентных потоков, включая потоки вокруг аэродинамических профилей. Она позволяет проводить аэродинамические расчеты, прогнозировать величин сил и моментов, действующих на профиль, оценить коэффициенты подъемной силы и силы сопротивления.

Когда цепочка уравнений для корреляций турбулентных величин обрывается на уравнения для корреляций первого порядка, очевидно, что модель турбулентности первого уровня замыкания k - ϵ является наиболее эффективной. Массовая плотность турбулентной энергии k и скорость диссипации турбулентной энергии ϵ описываются системой двух нелинейных диффузионных уравнений.

Применение k - ϵ модели для определения профилей ветра, температуры и коэффициентов турбулентной диффузии в атмосферном пограничном слое различной стратификации можно рассматривать как прецедент учета гравитационной (конвективной) турбулентности. Для этого варианта модели эмпирические константы несколько отличаются от устоявшегося варианта констант [5, 6], выбранного для описания сдвиговых течений. Кроме того, для описания профилей величин приземного атмосферного слоя в случае устойчивой и неустойчивой стратификации необходимо использовать множество различных эмпирических констант. Работа [5], посвященная использованию k - ϵ модели для расчета автотельного гравитационного перемешивания двух несжимаемых жидкостей, предложила еще большее отличие эмпирических констант модели от устоявшегося набора.

На данный момент эта модель очень популярна и включена во многие пакеты вычислительной гидродинамики [10-18].

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - 2\rho \varepsilon M_t^2 + S_k, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \varepsilon u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_1 S \varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} G_b + S_\varepsilon. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь использованы обозначения

$$C_1 = \max \left[0.43, \frac{\eta}{\eta + 5} \right], \quad \eta = S \frac{k}{\varepsilon}, \quad S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}, \quad \mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_S \frac{kU^*}{\varepsilon}}, \quad U^* \equiv \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \tilde{\Omega}_{ij}\tilde{\Omega}_{ij}},$$

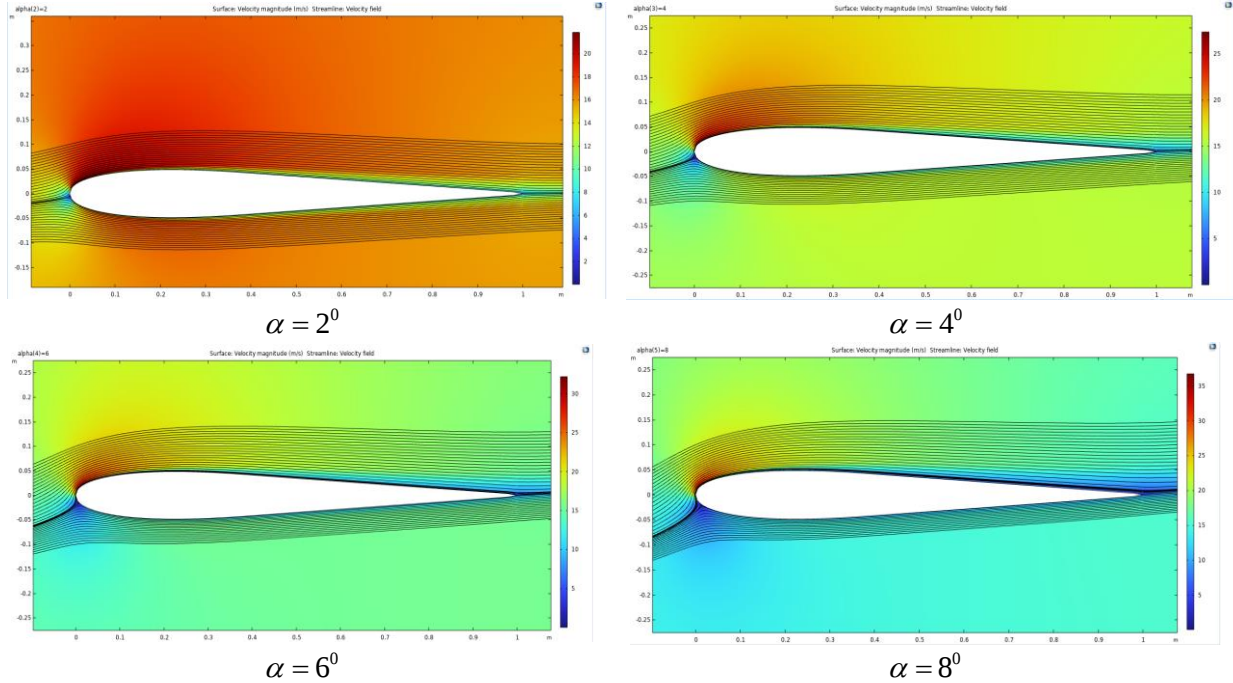
$$\Omega_{ij} = \bar{\Omega}_{ij} - 2\varepsilon_{ijk}\omega_k, \quad A_S = \sqrt{6} \cos \phi, \quad \phi = \frac{1}{3} \cos^{-1}(\sqrt{6}W), \quad W = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{\tilde{S}^3}, \quad \tilde{S} = \sqrt{S_{ij}S_{ij}},$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right), \quad G_k = -\rho \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}, \quad S \equiv \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}, \quad G_b = \beta g_i \frac{\mu_t \partial T}{\text{Pr}_t \partial x_i}, \quad \text{Pr}_t = 1/a_t, \quad a_0 = 1/\text{Pr} = k/\mu c_p$$

$$, \quad \beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p, \quad G_b = -g_i \frac{\mu_t}{\rho \text{Pr}_t} \frac{\partial \rho}{\partial x_i}, \quad M_t = \sqrt{\frac{k}{a^2}}, \quad a = \sqrt{\gamma RT}.$$

Эмпирические константы k - ε модели принимают стандартные значения: $C_{1\varepsilon}=1.44$, $C_2=1.9$, $\sigma_k=1.0$, $\sigma_\varepsilon=1.2$, $A_0=4.04$.

Метод решения. Результаты и их обсуждение. Для решения уравнений Навье – Стокса и стандартной модели турбулентности k - ε использованы стандартные решатели COMSOL Multiphysics. Они позволяют определить поля скоростей, давления, кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации, а также действующих на профиль сил и момента. На рис. 2 представлены изолинии скорости потока разных углов атаки.



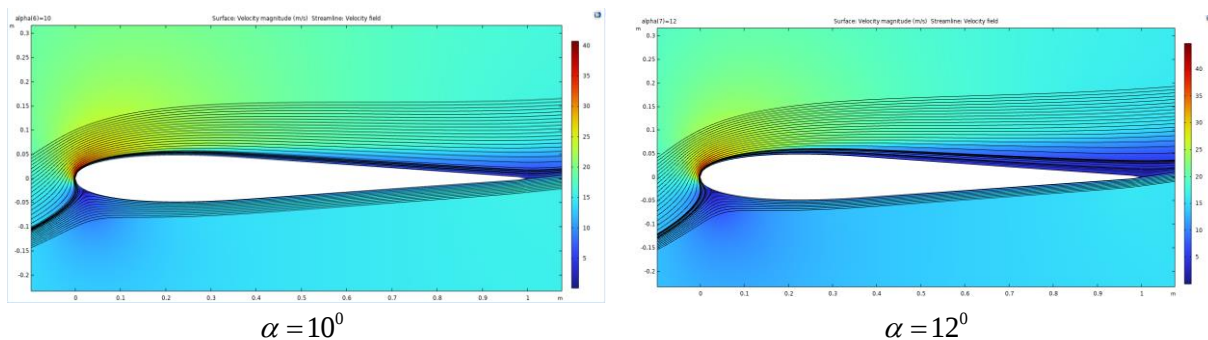


Рис. 2. Изолинии скорости потока при разных углах атаки

Построение изолиний поля давления при разных углах атаки является важной частью аэродинамического анализа, так как позволяет визуализировать распределение давления вокруг аэродинамического профиля и оценить его характеристики (рис. 3).

Как и в случае профиля скорости, при нулевом угле атаки поток практически симметричен относительно ватара профиля. Изобары равномерно распределены в расчетной области, без значительных изменений давления на верхней и нижней частях поверхностей профиля.

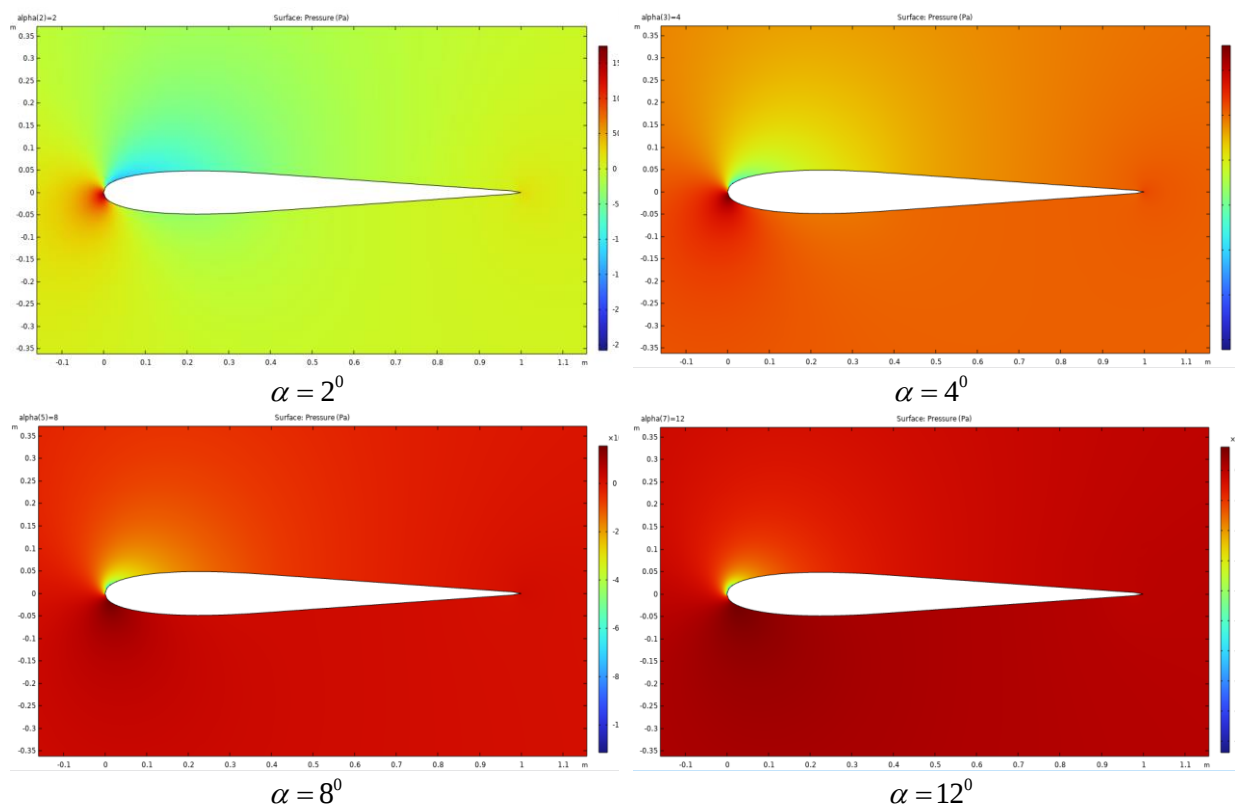


Рис. 3. Изолинии давления в области расчета при разных углах обтекания профиля

С увеличением угла атаки до $\alpha = 4^\circ$ давление на нижней поверхности профиля и вблизи этой поверхности возрастает, а на верхней поверхности и вблизи нее — убывает. Большие градиенты давления образуются в передней кромки профиля, о чем свидетельствует сгущение изолиний давления в этой части пространства.

Дальнейшее увеличение угла атаки $\alpha = 8^\circ$ приведет к образованию области низкого давления вблизи верхней поверхности профиля, а области высокого давления вблизи на нижней поверхности профиля. При больших углах атаки могут возникнуть турбулентные области течения и отрыв потока от поверхности профиля. Изолинии давления будут показывать резкие изменения, особенно вблизи верхней поверхности профиля.

Анализ изолиний кинетической энергии турбулентного потока вокруг аэродинамического профиля при разных углах атаки помогает визуализировать, как турбулентность распределяется вокруг профиля. Это важно для оценки эффективности профиля и понимания турбулентных характеристик потока.

При нулевом угле атаки изолинии кинетической энергии симметричны относительно профиля и равномерно распределены вокруг профиля (рис. 4). С увеличением угла атаки до $\alpha = 4^\circ$ кинетическая энергия турбулентности вблизи верхней поверхности профиля возрастает, так как здесь формируются области с высоким градиентом скорости. Дальнейшее увеличение угла атаки образуются зоны высокой кинетической энергии на верхней поверхности профиля. При больших углах атаки возникают турбулентные области и отрыв потока от поверхности профиля. Изолинии кинетической энергии будут показывать резкие изменения в этих зонах.

Анализ изолиний диссипации (ε) кинетической энергии турбулентности вокруг аэродинамического профиля (рис. 5) при разных углах атаки помогает понять, где и как энергия турбулентного потока превращается в тепло из-за вязкости. Это важно для оценки чрезмерного нагрева отдельных зон профиля и понимания турбулентных характеристик потока.

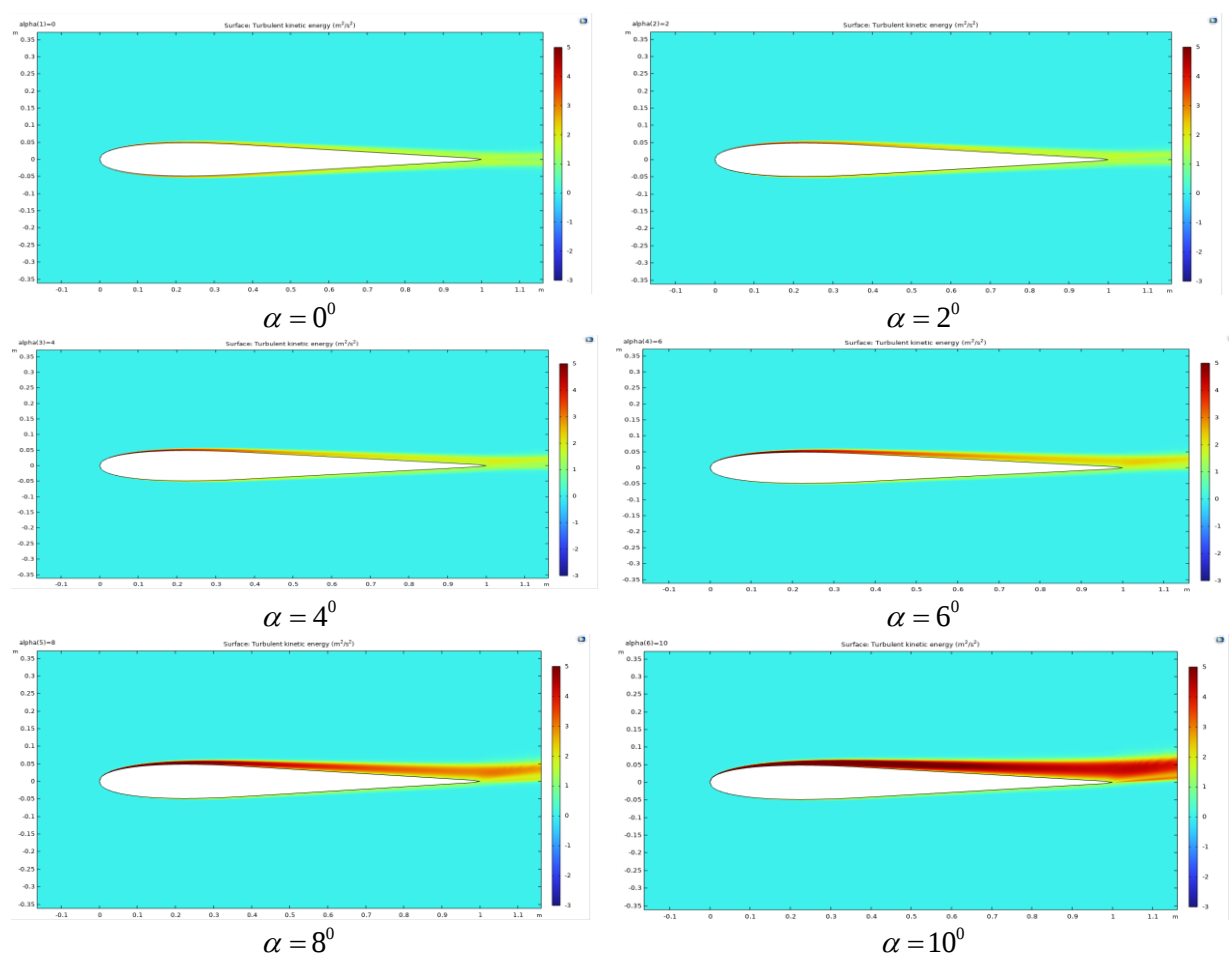


Рис. 4. Изолинии кинетической энергии турбулентности при разных углах атаки

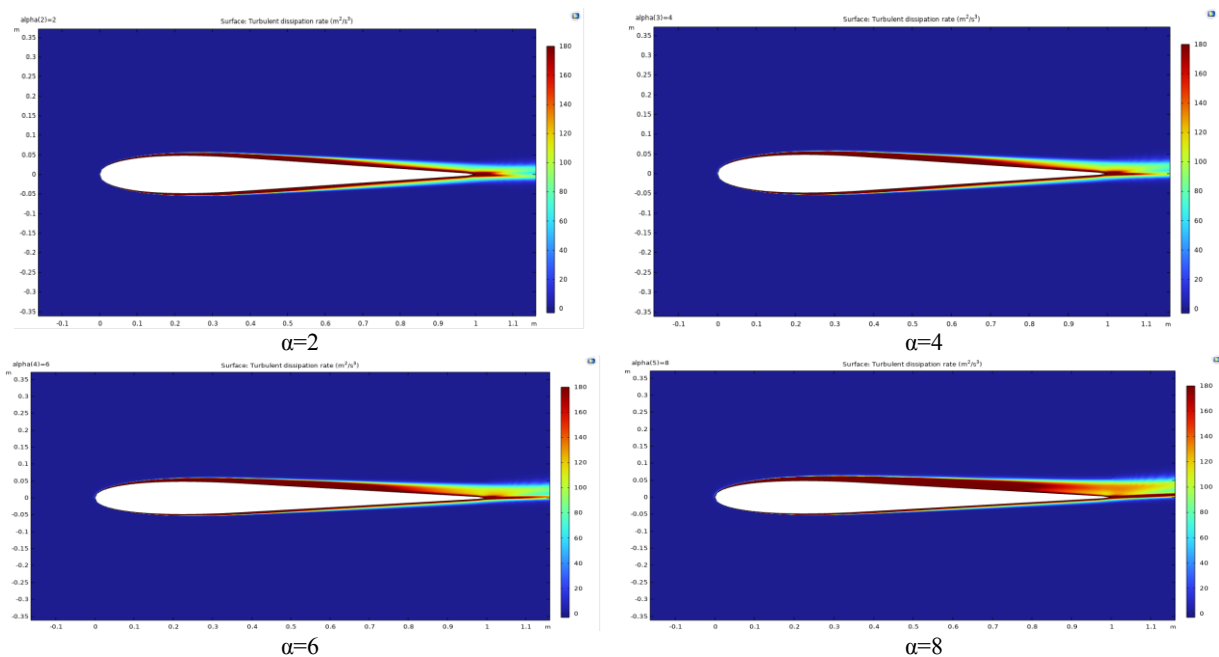


Рис. 5. Изолинии диссипации кинетической энергии турбулентности при разных углах атаки

Данные результаты показывают, что при малых углах атаки диссипация кинетической энергии турбулентности примерно равномерно распределяется по нижней и верхней подобластям течения, но вниз по потоку возрастает. С увеличением угла атаки она возрастает вблизи верхней поверхности профиля, так как в этой зоне наблюдается большой градиент вектора скорости.

Одним из важных показателей взаимодействия потока с твердой поверхностью является изменение давления в точках поверхности профиля. В безразмерном виде оно определяется распределением коэффициента поверхностного давления (в гидравлике оно называется также коэффициентом кавитации) [19-25]

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{0.5\rho U_0^2}.$$

Здесь p – давление в точке на поверхности профиля; p_∞ – давление свободного потока; ρ – плотность газа в свободном потоке; U_0 – скорость свободного потока.

Ниже обсуждаются численные результаты по распределению коэффициента поверхностного давления по верхней и нижней границам профиля, которые сравниваются с известными экспериментальными данными из [13].

На рис. 6 представлены изменения коэффициента давления на верхних и нижних поверхностях профиля для различных значений угла атаки, которые сравнены с результатами эксперимента. Зависимость коэффициента давления C_p от угла атаки является важным инструментом для анализа и оптимизации аэродинамических профилей. Она позволяет оценивать эффективность профиля при различных условиях и использовать эту информацию для проектирования более эффективных аэродинамических форм.

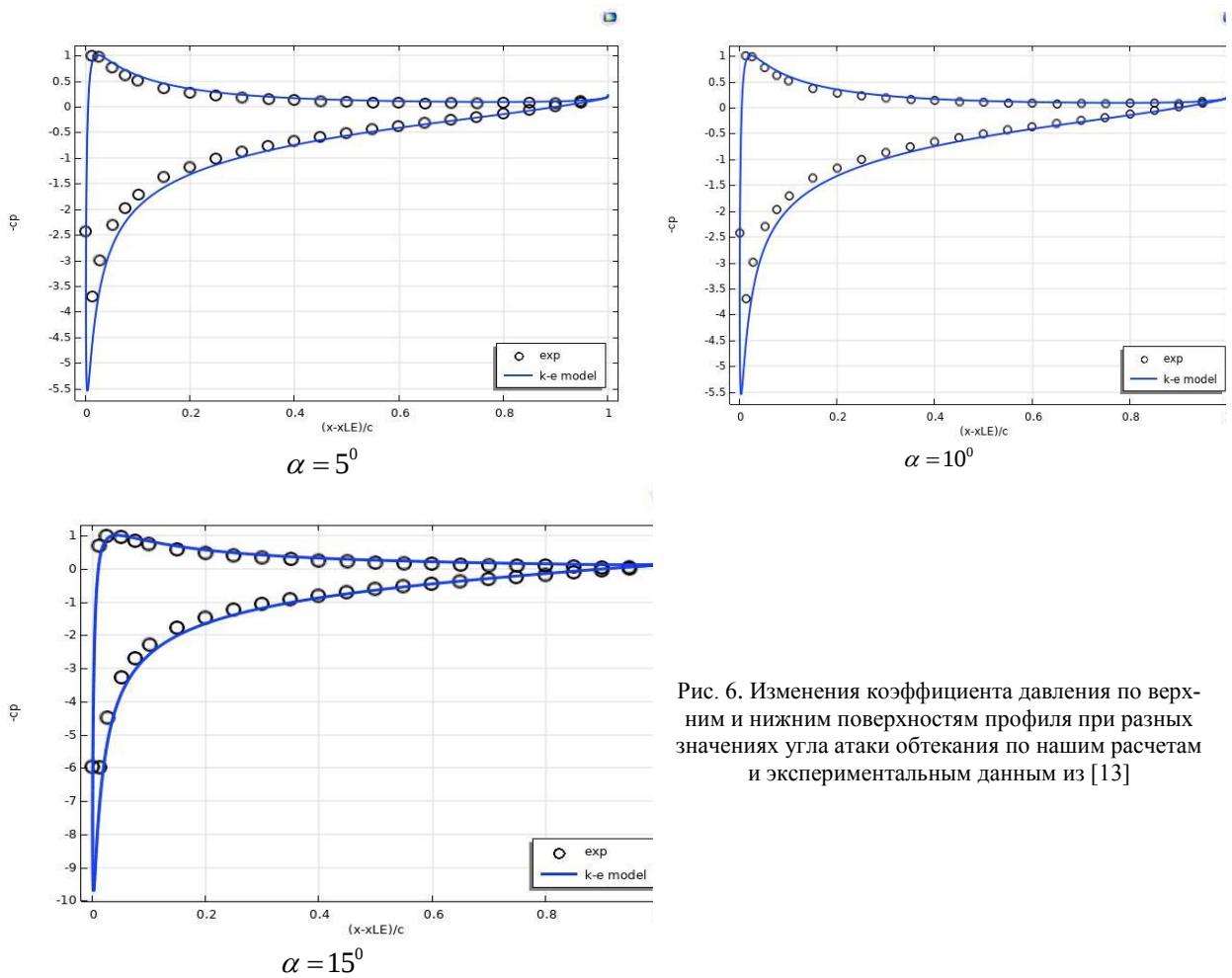


Рис. 6. Изменения коэффициента давления по верхним и нижним поверхностям профиля при разных значениях угла атаки обтекания по нашим расчетам и экспериментальным данным из [13]

Интегрирование давления по поверхности профиля позволяет определить подъемной силы потока. Влияние угла атаки на коэффициент подъемной силы C_L показано на рис. 7.

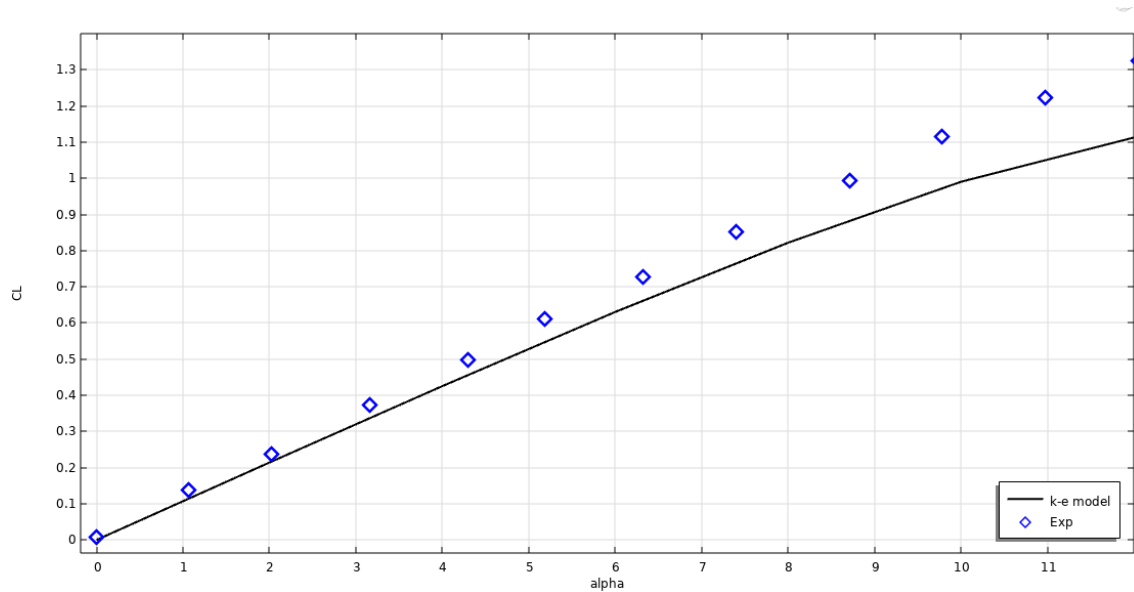


Рис. 7. Влияние углов атаки на коэффициент подъемной силы по расчету (линия) и результатам эксперимента из [13]

Данный график подтверждает мнение о том, что профиль BELL 540 характеризуется высокой подъемной силой при различных углах атаки, что делает его эффективным в широком диапазоне условий полета.

Как показывают рис. 6-7, результаты эксперимента достаточно хорошо согласуются результатами применения в расчетах $k-\varepsilon$ модели турбулентности, которая считается самой лучшей полуэмпирической моделью на сегодняшний день.

Заключение. Исследование обтекания аэродинамического профиля BELL 540 с использованием методов CFD дает инженерам и дизайнерам полезные данные. Эти данные могут быть использованы для того чтобы повысить аэродинамическую эффективность, оптимизировать форму профиля и создавать более эффективные ветрогенераторы и летательные аппараты. Понимание аэродинамических характеристик профиля на уровне численного моделирования помогает в разработке инновационных технологий, направленных на разработку возобновляемых источников энергии для промышленности.

Профиль обладает низким аэродинамическим сопротивлением, что способствует экономии топлива и повышению скорости летательных аппаратов. Профиль разработан для минимизации турбулентности, что улучшает устойчивость и управляемость летательного аппарата.

В рассмотренной статье приведены результаты стандартной модели турбулентности $k-\varepsilon$ из пакета программы Comsol Multiphysics, где используется метод конечных элементов. Для валидации модели $k-\varepsilon$ рассмотрены задачи обтекания аэродинамического профиля BELL 540. Из полученных результатов видно, что $k-\varepsilon$ модель имеет высокую точность для этой задачи.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Orozco Murillo W., Palacio-Fernande J. A., Patiño Arcila I. D., Zapata Monsalve J. S. & Hincapié Isaza J.A. Analysis of a Jet Pump Performance under Different Primary Nozzle Positions and Inlet Pressures using two Approaches: One Dimensional Analytical Model and Three Dimensional CFD Simulations // Journal of Applied and Computational Mechanics. 2020, No.6 (Special Issue), pp.1228-1244.
- [2] Hadad K., Eidi H. R. & Mokhtari J. VOC level control by ventilation improvement of Flexography printing room using CFD modeling // Journal of Applied and Computational Mechanics. 2017, No.3(3), pp.171-177.
- [3] Tsega E.G., Katiyar V.K. A Numerical Simulation of Inspiratory Airflow in Human Airways during Exercise at Sea Level and at High Altitude // Journal of Applied and Computational Mechanics. 2019, No.5(1), pp.70-76.
- [4] Sentyabov A.V., Gavrilov A.A., Dekterev A.A. Investigation of turbulence models for computation of swirling flows // Thermophysics and aeromechanics. 2011, No.18:1, pp.73-85.
- [5] Menter F.R. Zonal two-equation $k-\omega$ turbulence models for aerodynamic flows. AIAAPaper 1993-2906.
- [6] Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model. Turbulence, Heat and [7] Mass Transfer 4, ed: K. Hanjalic, Y. Nagano, and M. Tummers, Begell House, Inc., 2003, pp. 625-632.
- [8] Pasha A.A. Study of parameters affecting separation bubble size in high speed flows using $k-\omega$ turbulence model // Journal of Applied and Computational Mechanics 2018, No. 4(2), pp.95-104.
- [9] Malikov Z.M., Madaliev M.E. Numerical study of a swirling turbulent flow through a channel with an abrupt expansion // Vestnik Tomskogo Gosudarstvennogo Universiteta. Matematika i Mekhanika. 2021, No. 72, pp.93-101.
- [10] Malikov Z.M., Madaliev M.E. Mathematical modeling of a turbulent flow in a centrifugal separator // Vestnik Tomskogo Gosudarstvennogo Universiteta. Matematika i Mekhanika. 2021, No. 71, pp.121-138.
- [11] Madaliev M.E. Numerical Calculation of an Air Centrifugal Separator Based on the SARC Turbulence Model // J. Appl. Comput. Mech. 2021, No. 7(2), pp.1133-1140 URL: <https://doi.org/10.22055/JACM.2020.31423.1871>
- [12] Spalart P.R., Jou W.H., Strelets M., Allmaras S.R. Comments on the Feasibility of LES for Wings and on a Hybrid, RANS/LES Approach / Advances in DNS/LES, Proceedings of 1st AFOSR International Conference on DNS/LES, Vol. 1, Greyden Press, Columbus, 1997. P. 137-147
- [13] Turbulence modeling Resource. NASA Langley Research Center. URL: <http://turbmodels.larc.nasa.gov> .
- [14] Ladson C.L. Effects of Independent Variation of Mach and Reynolds Numbers on the Low-Speed Aerodynamic Characteristics of the NACA 0012 Airfoil Section / NASA TM 4074, October 1988.
- [15] Khujaev I., Jumayev J., Hamdamov M. Modeling of Combustion Processes in Cylindrical Chambers Using Modern Package Programs / AIP Conference Proceedings, 2024, 3004(1), 060015
- [16] Khujaev I., Toirov O., Jumayev J., Hamdamov M. Modeling of vertical axis wind turbine using Ansys Fluent package program / E3S Web of Conferences, 2023, 401, 04040
- [17] Hamdamov M., Bozorov B., Mamataliyeva H., Ergashov D. Numerical modeling of wind turbine with vertical axis using turbulence model $k-\omega$ in ANSYS FLUENT / E3S Web of Conferences, 2023, 401, 02024
- [18] Hamdamov M.M., Ishnazarov A.I., Mamadaliev K.A. Numerical Modeling of Vertical Axis Wind Turbines Using ANSYS Fluent Software // Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics). 2023, 13772 LNCS. P.156-170

- [19] Hamdamov M., Bozorov B., Mamataliyeva H., Ergashov D. Numerical modeling of wind turbine with vertical axis using turbulence model $k - \omega$ in ANSYS FLUENT / E3S Web of Conferences, 2023, 401, 02024
- [20] Mathew S. Wind energy: fundamentals, resource analysis and economics. New York, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006.
- [21] Goudarzi A., Ahmadi A. Intelligent Analysis of Wind Turbine Power Curve Models. In Computational Intelligence Applications in Smart Grid (CIASG), IEEE, 2014, P. 1-7,
- [22] Carrillo C., Montan A., Cidras J., Diaz-Dorado E. Review of powercurve modeling for wind turbines // Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2013, Vol. 21, pp. 572-581.
- [23] Sohoni V., Gupta S., Nema R. A Critical Review on WindTurbine Power Curve Modeling Techniques and Their Applications in Wind Based Energy Systems // Journal of energy. 2016, pp.1-18.
- [24] Alhassan A. Teyabeen. Statistical Analysis of Wind Speed Data / 6th International Renewable Energy Congress (IREC), 2015, IEEE. P.1-6.
- [25] Alhassan A. Teyabeen. Selection of appropriate statistical model for wind speed data, and selecting suitable turbine generator at four locations in Libya. [Master's thesis]; Dept. of EE; University of Tripoli, Libya, 2017.

Ҳамдамов М.М. Замонавий турбулент моделилари асосида BELL 540 аэродинамик профили атрофидаги оқимни сонли ўрганиши.

Аннотация: Ушбу мақолада Белл 540 аэродинамик профилини 0 дан 12 градусгача бурчаклар остида товуш тезлигидан паст бўлгандаги тезликларда оқиб ўтишини $k - \varepsilon$ турбулентлик моделини қўллаб олинган тадқиқот натижалари тақдим этилган. Қўчиш ва турбулентлик тенгламаларини сонли ечиш учун Comsol Multiphysics дастурий пакетида келтирилган чекли элементлар усули қўлланилди. Олинган сонли натижалар тажриба натижалари билан солиштирилди ва уларнинг ўзаро мослиги тақлиф қилинган турбулентлик модели ушбу масала учун мос эканлигидан далолат беради. Тадқиқот методологиясининг асосий жиҳатлари, жумладан, моделилаштириш параметрлари ва олинган маълумотларнинг таҳлили муҳокама қилинган.

Калим сўзлар: Наве-Стокс тенгламалари;узулишли оқим,модель; Comsol Multiphysics; NACA.

Hamdamov M.M. Numerical study of flow around BELL 540 aerodynamic profile based on modern turbulence models.

Annotation: This paper presents the results of a study of subsonic flow around a BELL 540 airfoil with attack angles from 0 to 12 degrees using the $k - \varepsilon$ turbulence model. The finite element method built into the Comsol Multiphysics software package was used to numerically implement the transfer and turbulence equations. The results were compared with experimental measurement data and showed good agreement between them, which confirms the adequacy of the proposed turbulence model. The main aspects of the research methodology, including modeling parameters and analysis of the obtained data, are discussed.

Key words: Navier–Stokes equations; separated flow; model $k - \varepsilon$; Comsol Multiphysics; NACA.

УДК 621.472

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИЗМЕНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА В СОЛНЕЧНОМ ВОЗДУШНОМ КОЛЛЕКТОРЕ С КОНФУЗОРНЫМ ТУРБУЛИЗАТОРОМ

Ибрагимов У.Х., Кодиров Ж.Р., Абдиназаров С.Б.

Каршинский инженерно-экономический институт, Карши, Узбекистан

E-mail: ibragimov_u@rambler.ru, qodirov.jobir@mail.ru

Аннотация. В данной статье разработана математическая модель, позволяющая определить изменение температуры воздуха во времени при использовании конфузорных турбулизаторов в воздушном канале солнечного воздушного коллектора с целью интенсификации тепло-гидродинамических процессов в солнечном воздушном коллекторе, который позволяет определить температуру воздуха, протекающего через коллектор, в зависимости от интенсивности солнечного излучения и температуры наружного воздуха, с учетом параметров поглощающей пластины, воздушного потока и турбулизаторов. Разработанная математическая модель решена с использованием программного инструмента Matlab Simulink, а полученные численные результаты исследования представлены в графическом виде. По результатам исследования установлено, что температура воздуха в моделях КТ4 и КТ5 была на 11% и 17% соответственно выше по сравнению с солнечным воздушным коллектором с гладким абсорбером.

Ключевые слова: солнечный воздушный коллектор; турбулизатор; температура воздуха; солнечное излучение; прозрачное покрытие; абсорбер; модель.

Введение. В настоящее время проведено большое количество научных исследований и предложены инновационные разработки по повышению теплового КПД солнечных воздушных коллекторов (СВК). Эффективным способом повышения теплового КПД СВК за счет интенсификации процессов конвективного теплообмена в СВК является установка турбулизаторов в канале воздушного потока и создание турбулентности, а также создание искусственной шероховатости на поверхности пластины абсорбера. Karmare и Tikekar [1] сообщили, что при установке на пластину абсорбера металлических ребер различного сечения скорость теплоотдачи у квадратной пластины была до 30% выше, чем у обычного

СВК. EI-khawajah и др. [2] сообщили, что при использовании поперечных ребер из проволоочной сетки в качестве поглотителей в двухходовой СВК, максимальный КПД для 2-, 4- и 6-реберного СВК составлял 75.0%, 82.1% и 85.9% соответственно, где расход воздуха составлял 0.042 кг/с.

EI-khawajah и др. [2] сообщили, что максимальный FIK 2-, 4- и 6-реберных СВК составлял 75.0%, 82.1% и 75.0%, 82.1% и составлял 85.9%, при этом массовое потребление воздуха принималась равной 0.042 кг/с. Э.И.-Сави и др. [3] использовали поглотительную пластину в форме «ели», изготовленную методом непрерывного осаждения в СВК. Сравнивались поглотительная пластина можжевельной формы, обычная пластина и V-образная пластина. По результатам в СВК с поглотительной пластиной в форме «ели» КПД увеличился на 20%, а температура вытяжного воздуха увеличилась на 10°C. Амрауи и Алиан [4] провели численное исследование СВК с использованием трехмерного моделирования (CFD), что значительно сократило время и затраты. Целью данного исследования является сравнение теоретических результатов с экспериментальными результатами, и затем проведение углубленных исследований СВК с поперечными и продольными турбулизаторами. Авторы представили результаты по распределению температуры, скорости и турбулентности воздушного потока. EI-Sawi и др. [3] использовали поглотительную пластину в форме «ели», изготовленную методом непрерывного осаждения в СВК. Сравнивались поглотительная пластина можжевельной формы, обычная пластина и V-образная пластина. По результатам в СВК с поглотительной пластиной в форме «ели» КПД увеличился на 20%, а температура вытяжного воздуха увеличилась на 10°C.

Kaoulal и др. [5] разработали математическую модель на основе метода теплового баланса при исследовании СВК, предназначенного для отопления зданий. Результаты численного исследования, полученные с помощью программы Matlab, позволили определить изменение температуры для каждого слоя СВК. Для подтверждения этих теоретических результатов авторами был разработан экспериментальный экземпляр простого СВК с медной поглотительной пластиной, и полученные результаты оказались очень близкими к теоретическим. Semmar и др. [6] исследовали и разработали СВК для обеспечения отвода горячего воздуха с помощью компьютерной программы, основанной на математической модели. При этом все параметры, характеризующие систему, позволили определить тепловую эффективность СВК в период интенсивной солнечной радиации. Benahmed и Aliane [7] исследовали характеристики воздушного потока вокруг турбулизатора. Разработанная ими численная модель сравнивалась с 3D-моделью, основанной на работах Hussein и Martinuzzi. В данной исследовательской работе для трехмерного численного моделирования турбулентного обтекания турбулизатора использовался программный инструмент ANSYS CFX. Методы моделирования $k-\epsilon$ и RNC $k-\epsilon$ не дали удовлетворительных результатов, но хорошие результаты были получены при использовании модели $k-\omega$. В исследовательской работе Moumeni и Boucheikima [8] для увеличения турбулентности в вертикальном СВК использовались турбулизаторы, было использовано CFD-моделирование на основе метода конечных элементов, в котором использовался алгоритм SIMPLE и модели турбулентности $k-\epsilon$. В исследовательской работе Valentín и Pacheco [9] дана оценка двум математическим моделям для моделирования производительности плоского СВК. Первая – статическая модель, не учитывающая эффект накопления тепла в элементах системы или расчет теплового потока. Для реализации этой модели предлагается система численно решаемых нелинейных уравнений, основанная на методе Ньютона. Вторая – динамическая модель, учитывающая все эффекты. Для валидации моделей построена плоская СВК, а также разработана система сбора данных для сбора параметров работы СВК, позволяющая определять следующие параметры: расход воздуха, температуру покрытия, параметры окружающей среды: температуру наружного воздуха, солнечную радиацию, информацию о скорости ветра, а также о конструкции и характеристиках СВК. В исследовательской работе Jassim и Shbailat [10]

были изучены различные случаи течения воздуха в СВК. При этом авторы разработали пять форм СВК посредством численного моделирования и термодинамических исследований. Авторы выбрали модель турбулентности $k-\varepsilon$, численно исследовали распределения температуры и скорости в каждом типе СВК с использованием программного обеспечения ANSYS CFX и предложили определяющее уравнение для СВК. Как видно из обзора литературы, изменение температуры воздушного потока по времени в зависимости от интенсивности солнечной радиации и температуры наружного воздуха при различных скоростях воздушного потока в СВК с конфузорным турбулизатором недостаточно изучено. Для решения этих задач необходимо математическое моделирование процессов теплообмена в СВК с конфузорным турбулизатором.

Материалы и методы. Трехмерная геометрия исследуемого СВК с турбулизаторами представлена на рис. 1. СВК состоит из пяти основных частей: прозрачное покрытие крышки, поглотительной пластины, турбулизатора, корпуса СВК, воздушного канала между прозрачной крышкой и поглотительной пластиной. Размеры СВК следующие: длина 1000 мм, ширина 500 мм, толщина 60 мм. Во входной и выходной части СВК установлена труба диаметром 50 мм. Геометрические размеры турбулизаторов, установленных на пластине абсорбера СВК, следующие: длина 40 мм, количество 4 и 5, количество отверстий в каждом турбулизаторе 4, размер 50×30 мм, количество конфузоров в каждом турбулизаторе – 4, размер большого основания – 50×30 мм, малого – 40×20 мм, длина конфузора – 30 мм. Все турбулизаторы имеют высоту 60 мм и занимают всю высоту воздуховода (80% сечения воздуховода). Турбулизаторы изготовлены из листового металла толщиной 2 мм, прикреплены к пластине поглотителя и корпусу электросваркой и окрашены в черный цвет. В качестве прозрачного покрытия СВК использовалось однослойное стекло толщиной 4 мм. Плита поглотителя и задняя часть боковых стенок СВК изолированы пенополистироловым материалом толщиной 20 мм. Наружная поверхность утеплителя защищена от внешних воздействий с помощью цветного металлического листа толщиной 1 мм.

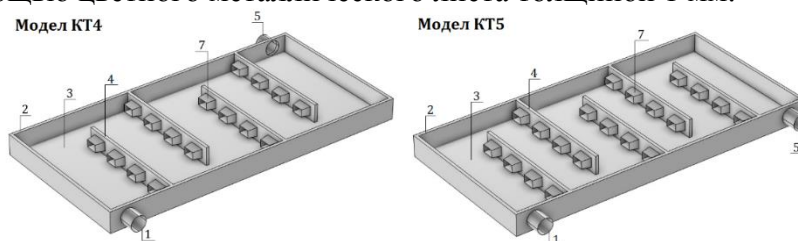


Рис. 1. Трехмерные (3D модели) геометрии солнечного воздушного коллектора с конфузорным турбулизатором: 1, 5 воздухопроводные и вытяжные патрубки; 2-боковые стены; 3-поглотительная пластина; 4-турбулизатор; 6-конфузоры; КТ-конфузорные турбулизаторы

В настоящее время существует несколько моделей СВК, которые в основном состоят из пяти частей: прозрачного покрытия (стекла), поглотителя, теплоносителя (воздуха), турбулизатора и теплоизоляции. Разработана математическая модель на основе уравнений энергетического баланса прозрачного покрытия, поглотителя и воздушного потока СВК с учетом геометрических размеров исследуемой СВК, температуры наружного и внутреннего воздуха, солнечной радиации, скорости ветра и процессов теплопередачи. Основной целью математического моделирования энергетического баланса СВК является исследование изменения температуры прозрачного покрытия, поглотителя и температуры внутреннего воздуха СВК при различных значениях теплотехнических параметров СВК и внешних природно-климатических факторов. При создании математической модели исследуемого СВК была разработана следующая схема расчета модели КТ (рис. 2).

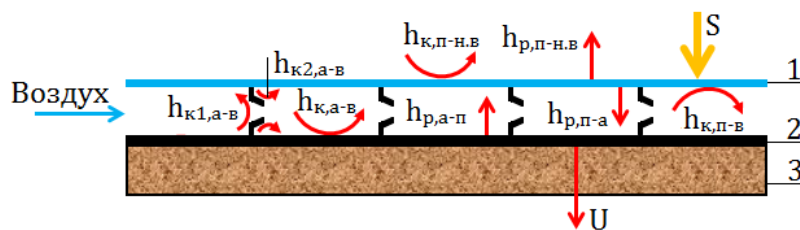


Рис. 2. Расчетная схема КТ модели СВК:
1-прозрачное покрытие (стекло); 2-абсорбер; 3-теплоизоляция

При разработке математической модели были сделаны следующие предположения:

1. В СВК рассматривается только устойчивый режим, а энергия, запасенная в элементах СВК, не учитывается.
2. Интенсивность солнечной радиации не меняется в течение одного часа суток.
3. СВК устанавливается под углом 39° относительно горизонта (в условиях города Карши) в зависимости от климатических условий.
4. Поток воздуха движется в одном направлении по СВК и массовый расход не меняется.
5. Лучистый теплообмен между поглотителем СВК и изоляцией не учитывается.
6. СВК идеально герметизирован и поток воздуха не выходит из СВК.
7. Не учитывается влияние теплоемкости прозрачного покрытия, воздушного потока, поглотителя и турбулизаторов.
8. Температуры прозрачной крышки, абсорбера, турбулизатора и воздушного потока изменяются только в направлении x воздушного потока.
9. Поскольку СВК состоит из нескольких элементов, температуры на поверхностях элементов однородны, а температура внутреннего воздушного потока изменяется линейно по длине.
10. Поток воздуха равномерно распределяется по каналу СВК.
11. Физические свойства воздуха в помещении не зависят от температуры и давления.
12. Коэффициенты конвективной теплопередачи между элементами СВК и воздухом одинаковы в течение всего процесса, а температура воздуха не меняется по сечению СВК.

На основании сделанных выше предположений рассмотрим уравнения энергетического баланса для каждого элемента СВК.

Уравнение энергетического баланса прозрачного покрытия СВК:

$$Q_{\pi} = I_{\pi} + Q_{a-\pi}^p - Q_{\pi-v}^k - Q_{\pi-n.v}^k - Q_{\pi-n}^p \quad (1)$$

Рассмотрим все составляющие приведенного выше уравнения (1) по отдельности:

Q_{π} – энергия, запасенная в прозрачном покрытии, Вт:

$$Q_{\pi} = \rho_{\pi} V_{\pi} c_{p\pi} \frac{dt_{\pi}}{d\tau}, \quad (2)$$

где ρ_{π} – плотность прозрачного покрытия, $\rho_{\pi} = 2700 \text{ кг/м}^3$; V_{π} – объем прозрачного покрытия, $V_{\pi} = 1,0 \times 0,5 \times 0,004 = 0,002 \text{ м}^3$; $c_{p\pi}$ – удельная теплоемкость прозрачного покрытия, $c_{p\pi} = 840 \text{ Дж/(кг} \cdot ^\circ\text{С)}$.

I_{π} – солнечная энергия, поглощаемая прозрачным покрытием:

$$I_{\pi} = \alpha_{\pi} S_{\pi} A_{\pi}, \quad (3)$$

где α_{π} – коэффициент поглощения прозрачного покрытия, $\alpha_{\pi} = 0.06$; S – плотность потока солнечного излучения, падающего на прозрачную поверхность покрытия, Вт/м^2 ; A_{π} – площадь прозрачной поверхности покрытия, $A_{\pi} = 0.5 \text{ м}^2$.

$Q_{a-\pi}^p$ – лучистый тепловой поток между поглотителем и прозрачным покрытием:

$$Q_{a-\pi}^p = h_{p,a-\pi} (t_a - t_{\pi}) A_a \quad (4)$$

где $h_{p,a-\pi}$ – коэффициент лучистой теплоотдачи от поглотителя к прозрачному покрытию, Вт/(м²·°C):

$$h_{p,a-\pi} = \frac{\sigma(t_a^2 + t_\pi^2)(t_a + t_\pi)}{\frac{1}{\varepsilon_a} + \frac{1}{\varepsilon_\pi} - 1} \quad (5)$$

где $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·°C⁴) – постоянная Стефана-Больцмана; t_a и t_π – температуры на поверхности поглотителя и прозрачного покрытия, °C; ε_a – коэффициент излучения поглотителя, $\varepsilon_a = 0,94$; ε_π – коэффициент излучения прозрачного покрытия, $\varepsilon_\pi = 0,9$; A_a – площадь поверхности абсорбера, $A_a = 0,5$ м².

$Q_{\pi-b}^k$ – конвективный тепловой поток между прозрачным покрытием и воздухом:

$$Q_{\pi-b}^k = h_{k,\pi-b}(t_\pi - t_b)A_\pi \quad (6)$$

где $h_{k,\pi-b}$ – коэффициент конвективной теплоотдачи воздуха, проходящего между прозрачным покрытием и поглотителем, Вт/(м²·°C):

$$h_{k,\pi-b} = \frac{Nuk_b}{d_r} \quad (7)$$

где k_b – коэффициент теплопроводности воздуха, $k_b = 0,026$ Вт/(м·°C); d_r – гидравлический диаметр канала, образующегося между прозрачным покрытием и поглотителем:

$$d_r = \frac{4A}{P} = \frac{2WH}{W+H} \quad (8)$$

где P – периметр коллектора, $P = 3$ м; W – ширина коллектора, $W = 0,5$ м; H – средняя толщина расстояния между прозрачным покрытием и поглотителем, $H = 0,06$ м; Nu – Число Нуссельта для потока воздуха в воздуховоде; t_h – температура воздуха, °C

Уравнение для определения числа Нуссельта зависит от состояния течения в канале, сначала рассчитывается число Рейнольдса, затем выбирается уравнение для определения числа Нуссельта в свободной и вынужденной конвекции:

$$Re = \frac{wd_r}{\nu}, \quad (9)$$

где w – скорость воздушного потока, $w = 4 \dots 20$ м/с; ν – кинематическая вязкость воздуха, $\nu = 1,88 \cdot 10^{-5}$ м²/с.

В условиях свободной конвекции теплообмен происходит за счет движения воздуха под действием градиента температуры. В этом случае число Nu выражается как функция чисел Грасгофа (Gr) и Прандтля (Pr) [11]:

$$Nu = C(GrPr)^n, \quad (10)$$

$$Gr = \frac{g\beta\Delta tL^3}{\nu^2}, \quad (11)$$

где g – ускорение свободного падения, $g = 9,81 \frac{м^2}{с}$; β – коэффициент объемного расширения, $\beta = 3,2 \cdot 10^{-3}$ 1/°C; Δt – разница между температурой поверхности абсорбера и температурой воздуха, °C; L – длина воздуховода, $L = 1,0$ м; C и n – константы, они зависят от геометрии и типа потока и имеют следующее значение:

- для ламинарного течения $C = 0,54$ и $n = 1/4$;
- для турбулентного течения $C = 0,14$ и $n = 1/3$.

В случае вынужденной конвекции: [12]:

если $10 < Re < 2300$

$$Nu = 1,4 \left(Re \frac{d}{l} \right)^{0,4} Pr^{0,33} \left(\frac{Pr}{Pr_h} \right)^{0,25}, \quad (12)$$

если $10 < l/d < 0,67RePr^{0,83}$

$$Nu = 4 \left(\frac{Pr}{Pr_h} \right)^{0,25} \quad (13)$$

если $l/d > 0,67RePr^{0,83}$ и $Re < 2300$

$$Nu = 0,147Re^{0,33}Gr^{0,1}\varepsilon_l, \quad (14)$$

если $2300 < Re < 10000$

$$Nu = 0,008Re^{0,9}Pr^{0,43}, \quad (15)$$

если $10^4 < Re < 5 \cdot 10^6$ и $0,6 < Pr < 2500$

$$Nu = 0.018 Re^{0,8} \varepsilon_l. \quad (16)$$

$Q_{п-н.в}^k$ – конвективный тепловой поток между прозрачным покрытием и наружным воздухом:

$$Q_{п-н.в}^k = h_{к.п-н.в} (t_{п} - t_{н.в}) A_{п}, \quad (17)$$

где $h_{к.п-н.в}$ – коэффициент конвективной теплоотдачи от прозрачного покрытия ветром, Вт/(м²·°C) [13]:

если $0 \leq V \leq 5$ м/с

$$h_{к.п-н.в} = 5,7 + 3,8V, \quad (18)$$

где V – скорость ветра, м/с; $t_{н.в}$ – температура наружного воздуха, °C. Если единица измерения значения $h_{к.п-н.в}$ выражается в виде кДж/(ч·м²·°C), то приведенное выше уравнение будет выглядеть следующим образом:

$$h_{к.п-н.в} = 4,9 + 3,2V, \quad (19)$$

если $0 \leq V \leq 7$ м/с

$$h_{к.п-н.в} = 2,8 + 3,0V \quad (20)$$

$Q_{п-н}^p$ – лучистый тепловой поток между прозрачным покрытием и небом:

$$Q_{п-н}^p = h_{р.п-н} (t_{п} - t_{н}) A_{п} \quad (21)$$

где $h_{р.п-н}$ – коэффициент лучистой теплоотдачи от прозрачного покрытия к небу, Вт/(м²·°C) [14]:

$$h_{р.п-н} = \sigma \varepsilon_{п} (t_{п} + t_{н}) (t_{п}^2 + t_{н}^2) \frac{(t_{п} - t_{н})}{(t_{п} - t_{н.в})} \quad (22)$$

где $t_{н} = 0,0552(t_{н.в})^{1,5}$ – температура неба, °C. Разница между температурой неба и воздуха колеблется от 5°C (в сухом влажном климате) до 30°C (в холодном сухом климате).

Подставив значения уравнений (2)-(22) в уравнение (1), общий вид энергетического баланса прозрачного покрытия можно выразить следующим образом:

$$\rho_{п} V_{п} c_{р п} \frac{dt_{п}}{d\tau} = \alpha_{п} S_{п} A_{п} + h_{р.а-п} (t_{а} - t_{п}) A_{а} - h_{к.п-в} (t_{п} - t_{в}) A_{п} - h_{к.п-н.в} (t_{п} - t_{н.в}) A_{п} - h_{р.п-н} (t_{п} - t_{н}) A_{п} \quad (23)$$

Используя приведенное выше уравнение (23), имеем следующее выражение, позволяющее определить температуру прозрачного покрытия СВК с течением времени:

$$\frac{dt_{п}}{d\tau} = \frac{\alpha_{п} A_{п}}{\rho_{п} V_{п} c_{р п}} S_{п} - \frac{h_{р.а-п} A_{а} + (h_{к.п-в} + h_{к.п-н.в} + h_{р.п-н}) A_{п}}{\rho_{п} V_{п} c_{р п}} t_{п} + \frac{h_{р.а-п} A_{а}}{\rho_{п} V_{п} c_{р п}} t_{а} + \frac{h_{к.п-в} A_{п}}{\rho_{п} V_{п} c_{р п}} t_{в} + \frac{h_{к.п-н.в} A_{п}}{\rho_{п} V_{п} c_{р п}} t_{н.в} + \frac{h_{р.п-н} A_{п}}{\rho_{п} V_{п} c_{р п}} t_{н}. \quad (24)$$

Уравнение энергетического баланса турбулизующего поглотителя СВК:

$$Q_{а} = I_{а} - Q_{а-п}^p - Q_{а-в}^k - Q_{КТ-в}^{k1} - Q_{а-н.в}^{kd} \quad (25)$$

Рассмотрим все составляющие вышеупомянутого уравнения (25) по отдельности:

$Q_{а}$ – энергия, запасенная в поглотителе, Вт:

$$Q_{а} = \rho_{а} V_{а} c_{р а} \frac{dt_{а}}{d\tau} \quad (26)$$

где $\rho_{а}$ – плотность поглощающего материала, $\rho_{а} = 2530$ кг/м³; $V_{а}$ – объем абсорбера, $V_{а} = 1,0 \times 0,5 \times 0,003 = 0,0015$ м³; $c_{р а}$ – удельная теплоемкость поглощающего материала, $c_{р а} = 860$ Дж/(кг·°C).

$I_{а}$ – энергия солнечного излучения, поглощенная поглотителем:

$$I_{а} = \tau_{п} \alpha_{а} S_{а} A_{а} \quad (27)$$

где $\tau_{п}$ – коэффициент пропускания прозрачного покрытия, $\tau_{п} = 0,84$; $\alpha_{а}$ – коэффициент поглощения поглотителя, $\alpha_{а} = 0,95$; $S_{а}$ – плотность потока солнечного излучения, падающего на поверхность поглотителя, Вт/м².

$Q_{а-п}^p$ – лучистый тепловой поток между поглотителем и прозрачным покрытием определяется уравнениями (4) и (5).

Q_{a-b}^K – конвективный тепловой поток между абсорбером и воздухом:

$$Q_{a-b}^K = h_{k,a-b}(t_a - t_b)A_a \quad (28)$$

где $h_{k,a-b}$ – коэффициент конвективной теплопередачи между абсорбером и воздухом, Вт/(м²·°C):

$$h_{k,a-b} = \frac{Nuk_b}{d_g}, \quad (29)$$

где число Nu определяется с помощью уравнений (10)-(16).

Q_{kt-b}^{K1} – конвективный тепловой поток между турбулизатором и воздухом:

$$Q_{kt-b}^{K1} = h_{k1,kt-b}(t_{kt} - t_b)A_{kt}, \quad (30)$$

где $h_{k1,kt-b}$ – коэффициент конвективной теплоотдачи между турбулизатором с конфузуром и воздухом, Вт/(м²·°C):

$$h_{k1,kt-b} = \frac{mc_{p,b}(t_b'' - t_b')}{A_{kt}(t_{kt} - t_b)}, \quad (31)$$

где A_{kt} – площадь поверхности турбулизатора с конфаундером, для КТ4 $A_{kt} = 0.16$ м²; для КТ5 $A_{kt} = 0.18$ м²; t_{kt} , t_b – турбулизатор с конфузуром и средней температурой воздуха, °C

$Q_{a-n.b}^{Kd}$ – кондуктивный тепловой поток между абсорбером и наружным воздухом:

$$Q_{a-n.b}^{Kd} = h_{kd,a-n.b}(t_a - t_{n.b})A_a, \quad (32)$$

где $h_{kd,a-n.b}$ – коэффициент кондуктивной теплопередачи через теплоизоляционный материал, Вт/(м²·°C):

$$h_{kd,a-n.b} = \frac{k_n}{\delta_n}, \quad (33)$$

где k_n – теплопроводность теплоизоляционного материала, $k_n = 0,034$ Вт/(м·°C); δ_n – толщина теплоизоляционного материала, $\delta_n = 0.002$ м.

Подставив приведенные выше значения уравнений (26)-(33) в уравнение (25), общий вид энергетического баланса поглотителя можно выразить следующим образом:

$$\rho_a V_a c_{p,a} \frac{dt_a}{d\tau} = \tau_{\pi} \alpha_a S_a A_a - h_{p,a-\pi}(t_a - t_{\pi})A_a - h_{k,a-b}(t_a - t_b)A_a - h_{k1,kt-b}(t_{kt} - t_b)A_{kt} - h_{kd,a-n.b}(t_a - t_{n.b})A_a \quad (34)$$

Используя приведенное выше уравнение (34), получаем следующее выражение, позволяющее определить изменение температуры во времени в абсорбере турбулизатора СВК:

$$\frac{dt_a}{d\tau} = \frac{\tau_{\pi} \alpha_a A_a}{\rho_a V_a c_{p,a}} S_a - \frac{(h_{p,a-\pi} + h_{k,a-b} + h_{kd,a-n.b})A_a}{\rho_a V_a c_{p,a}} t_a + \frac{h_{p,a-\pi} A_a}{\rho_a V_a c_{p,a}} t_{\pi} + \frac{h_{k,a-b} A_a + h_{k1,kt-b} A_{kt}}{\rho_a V_a c_{p,a}} t_b - \frac{h_{k1,kt-b} A_{kt}}{\rho_a V_a c_{p,a}} t_{kt} - \frac{h_{kd,a-n.b} A_a}{\rho_a V_a c_{p,a}} t_{n.b} \quad (35)$$

Уравнение энергетического баланса воздуха, проходящего через СВК:

$$Q_b = Q_{\pi-b}^K + Q_{a-b}^K \quad (36)$$

Q_b – уравнение энергетического баланса воздуха, проходящего через СВК:

$$Q_b = \rho_b V_b c_{p,b} \frac{dt_b}{d\tau}, \quad (37)$$

где ρ_b – плотность воздуха, $\rho_b = 1.165$ кг/м³; V_b – объемный расход воздуха, м³/с; $c_{p,b}$ – удельная теплоемкость воздуха, $c_{p,b} = 1005$ Дж/(кг·°C).

Значения составляющих $Q_{\pi-b}^K$ и Q_{a-b}^K в приведенном выше уравнении (36) определяются из уравнений (6) и (2.28) соответственно. Итак, обзор энергетического баланса воздуха выглядит следующим образом:

$$\rho_b V_b c_{p,b} \frac{dt_b}{d\tau} = h_{k,\pi-b}(t_{\pi} - t_b)A_{\pi} + h_{k,a-b}(t_a - t_b)A_a. \quad (38)$$

На основании приведенного выше уравнения (38) имеем уравнение, позволяющее определить изменение температуры воздуха в СВК во времени:

$$\frac{dt_b}{d\tau} = \frac{h_{k,a-b} A_a}{\rho_b V_b c_{p,b}} t_a - \frac{h_{k,\pi-b} A_{\pi}}{\rho_b V_b c_{p,b}} t_{\pi} - \frac{h_{k,\pi-b} A_{\pi} + h_{k,a-b} A_a}{\rho_b V_b c_{p,b}} t_b \quad (39)$$

Для решения уравнений (24), (35) и (39), определенных выше, была построена блок-схема с использованием программного обеспечения Matlab/Simulink (рис. 3). При проверке разработанной математической модели результаты, полученные в СВК с гладким поглотителем, сравнивались с результатами модели, предложенной Хатемом [11], и было установлено, что результаты достаточно хорошо совпадают.

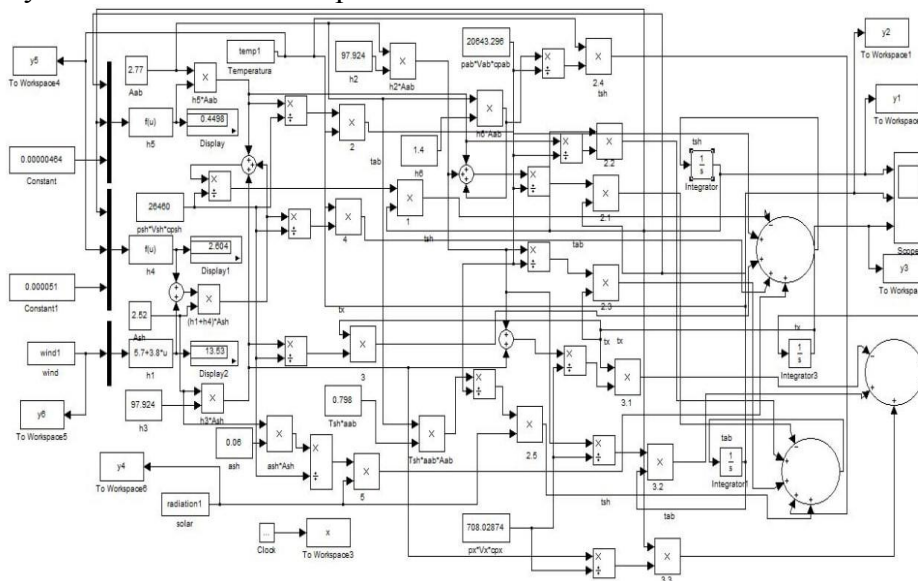


Рис. 3. Блок-схема Matlab/Simulink математической модели, определяющей изменение во времени температуры прозрачной крышки СВК, поглотителя и воздуха

Результаты и обсуждение. Предложенная математическая модель СВК позволяет теоретически изучить изменение температуры прозрачного покрытия, поглотителя и воздуха СВК с гладким поглотителем и конфузторным турбулизатором во времени. При проведении теоретических исследований по разработанной математической модели из источников были получены результаты изменения необходимой интенсивности солнечной радиации и температуры наружного воздуха 10-го числа каждого месяца с 8:00 до 18:00 часов [15, 16]. Данные на 10-е число месяца показаны на рис. 4 соответственно. По результатам измерения интенсивности солнечной радиации общая интенсивность солнечной радиации в период с 8:00 до 18:00 часов составляет 7.45 кВт·ч/м² 10 мая, 7.28 кВт·ч/м² 10 июня, 7.95 кВт·ч/м² 10 июля и 7,31 кВт·ч/м² 10 августа 2023 года.

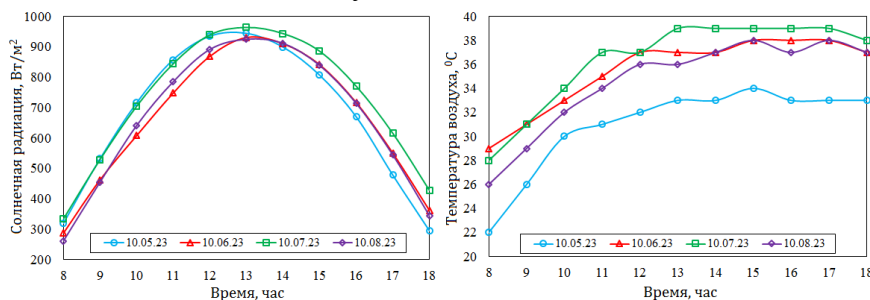


Рис. 4. Изменение интенсивности солнечной радиации (а) и температуры наружного воздуха (б) в характерные дни года

В характерные дни мая-августа 2023 года с 8:00 до 18:00 изменение температуры наружного воздуха следующее: 10 мая – 22...34°C, 10 июня – 29...38°C, июля 10 - 28...39°C, 10 августа – 26...38°C. На основе исходных данных, представленных выше, установлено, что температура прозрачного покрытия, поглотителя и воздуха СВК с гладким поглотителем изменяется с течением времени (рис. 5).

Все теоретические исследования проводились в 10 числа мая-августа 2023 года. По результатам, представленным на рис.5, в мае 2023 года минимальные и максимальные значения температуры поглотителя, прозрачного покрытия и воздуха изменены в пределах

24.2...64.9°C, 22.8...51.3°C и 21.6°C...58.4°C соответственно, а максимальная температура была определена в 13:00. В июне 2023 года минимальные и максимальные значения температуры поглотителя, прозрачного покрытия и воздуха 26.1...70.1°C, 24.7...55.4°C и 23.3...63.1°C соответственно и эти значения были в среднем на 8% выше, чем в мае. В июле 2023 года минимальные и максимальные значения температуры поглотителя, прозрачного покрытия и воздуха изменены в пределах 26.9...72.0°C, 25.3...56.9°C и 23.9...64.3°C соответственно и эти значения были в среднем на 11% выше, чем в мае. В августе 2023 года минимальные и максимальные значения температуры поглотителя, прозрачного покрытия и воздуха изменены в пределах 25.4...68.1°C, 24.0...53.8°C и 22.6...61.3°C соответственно и эти значения были в среднем на 5% выше, чем в мае. Из анализа результатов видно, что в июле существует вероятность получения горячего воздуха до 72°C, что связано с высокой интенсивностью солнечной радиации в июле.

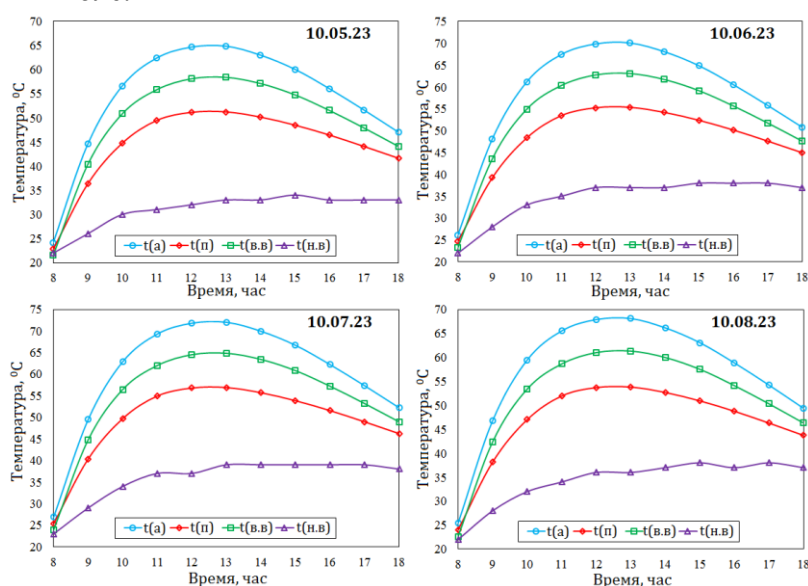


Рис. 5. Результаты изменения температуры в СВК с гладким поглотителем:
 $t(a)$ – поглотитель, $t(n)$ – покрытия, $t(в.в)$ – внутренний воздух, $t(н.в)$ – температуры наружного воздуха

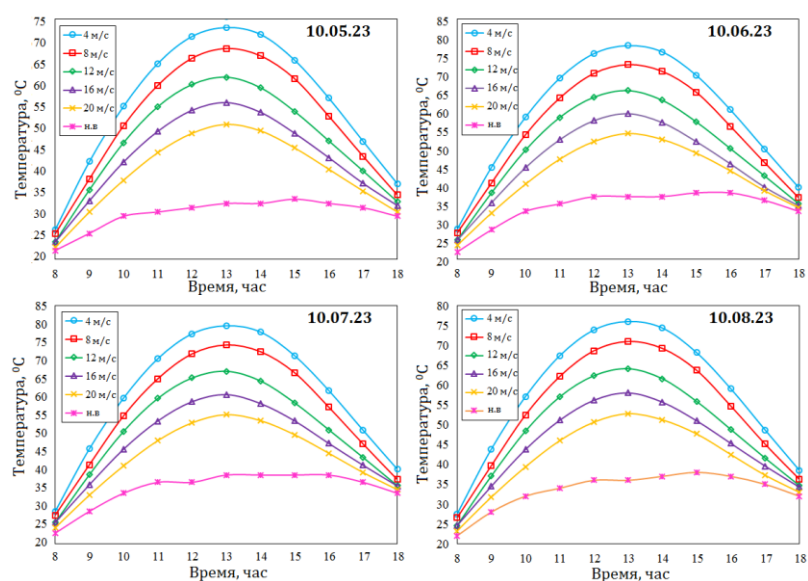


Рис. 6. Результаты изменения температуры воздуха в модели КТ4

Дальнейшие теоретические исследования были проведены на моделях КТ4 и КТ5 для определения изменения температуры воздуха во времени при различных скоростях движения воздуха. Результаты изменения температуры воздуха во времени в модели КТ4 для

типичного дня показаны на рис. 6. В характерный день мая-августа 2023 г. в результатах, полученных в модели КТ4, температура воздуха снижалась с увеличением скорости движения воздуха и наоборот. В модели КТ4 при скорости воздуха 4, 8, 12, 16 и 20 м/с минимальные и максимальные значения температуры воздуха по месяцам соответственно следующие: 10 мая 2023 г. 26.8... 74.2°C, 25.9...69.3°C, 24.0...62.6°C, 24.0...56.6°C, 22.7...51.5°C; 10 июня 28.2...77.9°C, 27.2...72.7°C, 25.2...65.7°C, 25.2...59.4°C, 23.8...54.1°C; 10 июля 29.0...80.1°C, 28.0...74.8°C, 25.9...67.6°C, 25.9...61.1°C, 24.5...55.6°C; 10 августа 27.5...76.0°C, 26.5...71.0°C, 24.6...58.0°C, 23.2...52.8°C

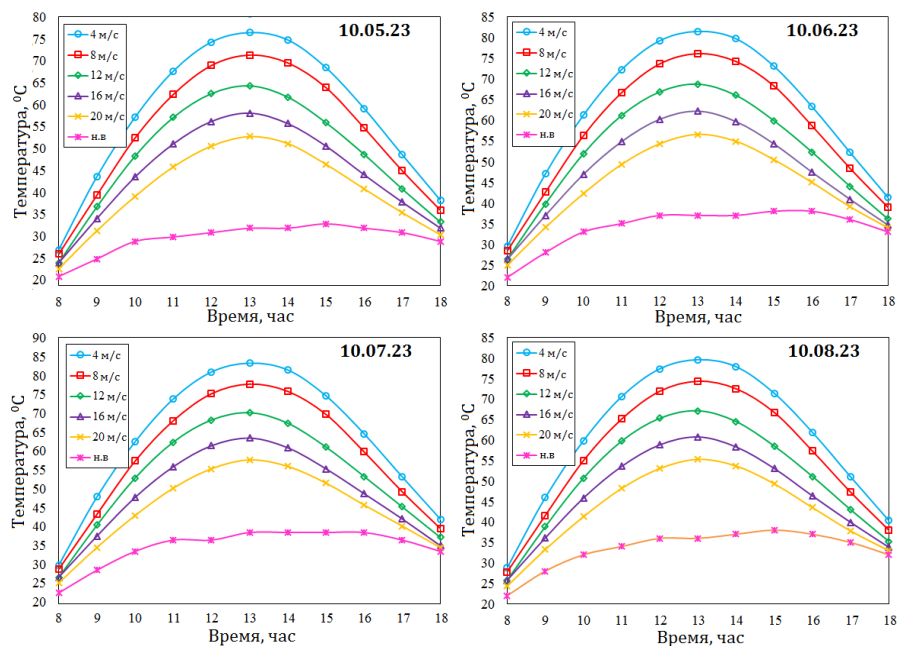


Рис. 7. Результаты изменения температуры воздуха в модели КТ5

Температура воздуха была близка к температуре наружного воздуха в 8:00, затем быстро повышалась до 13:00 и продолжала снижаться с 14:00 до 18:00. С увеличением солнечной радиации и температуры наружного воздуха температура внутреннего воздуха также увеличилась и имела самую высокую температуру между 12:00 и 14:00 часами. В модели данного типа установлено, что характеристики изменения температуры воздуха в мае-августе практически одинаковы. Также установлено, что максимальная температура воздуха, регистрируемая у данной модели, в среднем на 11% выше по сравнению с СВК с гладким абсорбером. Результаты изменения температуры воздуха во времени в модели КТ5 для характерного дня показаны на рис. 7. В характерный день мая-августа 2023 г. в результатах, полученных в модели КТ5, температура воздуха была самой высокой по сравнению с остальными моделями. Основная причина высокой температуры воздуха в моделях КТ связана с тем, что поток воздуха полностью омывает поверхность абсорбера и большую поверхности теплообмена. В модели КТ5 при скорости воздуха 4, 8, 12, 16 и 20 м/с минимальные и максимальные значения температуры воздуха по месяцам соответственно следующие: 10 мая 2023 г. 28.1... 77.7°C, 27.1...72.5°C, 25.1...65.5°C, 25.1...59.3°C, 23.7...53.9°C, 10 июня 29.5...81.6°C, 28.5...76.2°C, 26.4...68.8°C, 26.4...62.2°C, 24.9...56.6°C, 10 июля 30.3...83.9°C, 29.3...78.3°C, 27.1...70.7°C, 27.1...64.0°C, 25.6...58.2°C, 28.8...79.6°C 10 августа, 27.8...74.3°C, 25.8...67.1°C, 25.8...60.7°C, 24.3...55.3°C

Согласно результатам, самая высокая температура наблюдалась в июле и достигла максимума 83.9°C. Самая высокая температура наблюдалась с 12:00 до 14:00 часов во все месяцы. Установлено, что максимальная температура воздуха, определенная в данной модели, в среднем на 17 % выше по сравнению с СВК с гладким поглотителем и на 5 % выше,

чем у модели КТ4. По анализу результатов двух представленных выше моделей удалось получить самую высокую температуру в модели КТ5.

Выводы. Разработана математическая модель, позволяющая провести теоретическое исследование процессов теплообмена в СВК с гладким поглотителем и турбулизатором с учетом параметров прозрачного покрытия СВК, расхода воздуха, поглотителя и турбулизаторов. На основе разработанной математической модели при проведении теоретического исследования изменения температуры воздуха в СВК с гладким поглотителем и турбулизатором в течение месяцев было установлено, что температура воздуха в модели КТ4 на 11 % выше, чем у СВК в июле, а температура воздуха в модели КТ5 была на 17% выше, чем у СВК.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Karmare S.V., Tikekar A.N. Analysis of fluid flow and heat transfer in a rib grit roughened surface solar air heater using CFD // Solar Energy, 2010, No 84, pp. 409-417.
- [2] El-khawajah M.F., Aldabbagh L.B.Y., Gelioglu F.E. The effect of using transverse fins on a double pass flow solar air heater using wire mesh as an absorber // Solar Energy. 2011, No 85, pp. 1479-1487.
- [3] El-Sawi A.M., Wifi A.S., Younan M.Y., Elsayed E.A., Basily B.B. Application of folded sheet metal in flat bed solar air collectors // Applied Thermal Engineering. 2010, No 30, pp. 864-871.
- [4] Amraoui M., Aliane K. Dynamic and thermal study of the three-dimensional flow in a flat plate solar collector with transverse baffles // International Review of Mechanical Engineering (IREME). 2014, No 8(6), pp. 1030-1036.
- [5] Kaoulal R., Bekkouche S.E., Benouaz T., Kherrou S. Numerical modeling of a flat air solar collector operating in transient mode for integration into the building / IBPSA French-Arras-2014 Conference, 2014.
- [6] Semmar D., Betrouni S., Lafri D. Study and realization of a solar air collector // Rev. Energ. Ren: Physique Energétique. 1998, pp. 33-38.
- [7] Benahmed L., Aliane K. Simulation and analysis of a turbulent flow around a three-dimensional obstacle // Acta Mechanica et Automatica. 2019, No 13(3), pp. 173-180.
- [8] Moumeni A., Bouchekima B. The digital study of a vertical sensor fitted with baffles intended for integration into drying (digital simulation) / 5ème Séminaire Maghrébin sur les Sciences et les Technologies du Séchage, Ouargla, Algérie, 2015.
- [9] Valentin F., Pacheco B. Evaluation of static and dynamic models, for flat plate solar air collectors, in natural convection systems / Thesis to apply for the Master's Degree in Agricultural Engineering with mention in Mechanization and Energy, Direction of the third cycle of the University of Conception Faculty of Agricultural Engineering-Master's Program in Agricultural Engineering. 2016. URL:<http://repositorio.udec.cl/jspui/handle/11594/1993>.
- [10] Jassim N.A., Shbailat S.J. Three-dimensional CFD analysis for simulating dual channel solar collector with different absorbing media. International Journal of Thermal Technologies. 2017.
- [11] Oueslati H., Mabrouk S.B., Mami A. Evaluation of the performance study of solar air collector by using bond graph approach // International Review on Modelling and Simulations (I.R.E.MO.S.). 2011, Vol.4, No.5, pp. 2634-2643.
- [12] Minchev M., Atanasov D., Tashev A. Mathematical Model Of Efficiency Of Air Solar Collector, 2017. URL: <https://www.researchgate.net/publication/317618257>.
- [13] Tchinda R. A review of the mathematical models for predicting solar air heaters systems // Ren. and Sus. Energy Reviews. 2009, 13, pp. 1734-1759.
- [14] Zhai X.Q., Dai Y.J., Wang R.Z. Comparison of heating and natural ventilation in a solar house induced by two roof solar collectors // App. Therm. Eng. 2005, No.25, pp. 741-757.
- [15] URL: <https://power.larc.nasa.gov/data-access-viewer/>.
- [16] URL: <https://ru.weatherspark.com/h/d/150122/2021/11/30/>

Дата поступления
12.05.2024

Ибрагимов У.Х., Қодиров Ж.Р., Абдиназаров С.Б. Конфузор турбулизаторли қуёш Ҳаво коллекторида Ҳаво Ҳароратини ўзгариши Ҳараёнини математик моделлаштириши ва сонли тадқиқот қилиши.

Аннотация: Ушбу мақолада қуёш Ҳаво коллекторларида иссиқлик-гидродинамик Ҳараёнларни Ҳадаллаштириши учун қуёш Ҳаво коллекторининг Ҳаво каналида конфузор турбулизаторлар қўлланилганда Ҳаво Ҳароратининг вақт бўйича ўзгаришини аниқлаш имконини берадиган математик модел ишлаб чиқилган бўлиб, ушбу модел қуёш Ҳаво коллекторининг шаффоф қопламаси, абсорбер пластинаси, Ҳаво оқими ва турбулизаторларнинг параметрларини инобатга олган ҳолда коллектор орқали оқиб ўтаётган Ҳавонинг Ҳароратини қуёш нурланиши интенсивлиги ва ташиқи Ҳаво Ҳароратига боғлиқ ҳолда ўзгаришини аниқлаш имконини беради. Ишлаб чиқилган математик модел Матлаб Симулинк дастурий воситаси ёрдамида йечилган ва олинган сонли тадқиқот натижалари граф-ик шаклида келтирилган. Тадқиқот натижаларига кўра, июл ойида КТ4 ва КТ5 моделларда Ҳаво Ҳарорати силлиқ абсорберли қуёш Ҳаво коллекторига нисбатан мос равишда 11% ва 17% га юқори еканлиги аниқланди.

Калит сўзлар: қуёш Ҳаво коллектори; турбулизатор; Ҳаво Ҳарорати; қуёш радиацияси; шаффоф қоплама; абсорбер; модел.

Ibragimov U.X., Qodirov J.R., Abdinazarov S.B. Mathematical modeling and numerical research of air temperature change process in confusion turbulizer solar air collector

Abstract: In this article, a mathematical model has been developed that allows to determine the change of air temperature over time when confusor turbulizers are used in the air channel of the solar air collector in order to accelerate the thermal-hydrodynamic processes in the solar air collector. plate, taking into account the parameters of the air flow and turbulizers, it allows to determine the temperature of the air flowing through the collector depending on the intensity of solar radiation and the temperature of the outside air. The developed mathematical model was solved using the Matlab Simulink software tool, and the obtained numerical research results are presented in graphic form. According to the results of the study, it was found that the air temperature in the KT4 and KT5 models was 11% and 17% higher, respectively, compared to the smooth absorber solar air collector.

Keywords: solar air collector; turbulizer; air temperature; solar radiation; transparent coating; absorber; model.

УДК 532

ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССА ИЗМЕНЕНИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ СОЛИ И УРОВНЯ ГРУНТОВЫХ ВОД

Далиев Ш.К.

Каттакурганский филиал Самаркандского государственного университета, Самарканд, Узбекистан

E-mail: daliyevsherzod87@gmail.com

Аннотации. Для комплексного исследования процесса изменения уровня подземных вод и концентрации солей в них разработана на основе нелинейных уравнений фильтрации усовершенствованная математическая модель, описывающая основные особенности объекта. В отличие от предыдущих исследований, учитывались такие важные параметры, как плотность грунта и активная пористость, открытые граничные условия третьего рода. Поскольку задача представлена нелинейными дифференциальными уравнениями со свободной поверхностью, аналитическое решение ее невозможно. Для решения задачи использованы абсолютная устойчивая неявная схема с высокой точностью аппроксимации конечных разностями, методы прямой и обратной прогонки, а также представлен эффективный численный алгоритм.

Ключевые слова: математическая модель, численный алгоритм, грунт, грунтовых вод, концентрация солей, численное моделирование.

Введение. Выполненные научные и опытно-производственные исследования показали возможность интенсификации формирования запасов прирусловых линз и улучшения качества воды путем искусственного пополнения. Однако в изменившихся водохозяйственных условиях в низовьях рек сток пресных вод в большинстве водотоков республик Средней Азии ограничивается периодом паводка. Поэтому в последние годы наблюдается прогрессирующее истощение запасов прирусловых линз пресных вод, особенно при их интенсивной эксплуатации. В результате ухудшилось качество откачиваемых вод, их минерализация и жесткость превышают ПДК в 1,2-1,5 раза. В связи с этим возникла актуальная проблема искусственного формирования запасов прирусловых линз грунтовых вод. Под искусственным пополнением запасов прирусловых линз пресных вод понимается комплекс гидрогеологических, гидрологических, технических и эксплуатационных мероприятий, обеспечивающих дополнительное по сравнению с существующими условиями питание линзы, отбор из нее и улучшение качества подземных вод и осуществляемых для накопления пресных вод во время паводка в освобождаемом водоносном горизонте в процессе откачки соленых или солоноватых грунтовых вод. Искусственное пополнение применяется при наличии постоянного стока пресных вод в водотоках для увеличения запасов и размеров прирусловых линз для их эксплуатации.

Среди большого разнообразия подходов к проблеме распространения воды можно выделить два принципиально отличающихся друг от друга класса моделей: однородные и неоднородные в смысле ближнего упорядочения. Особенно четко указанное различие проявляется при описании водных растворов не электролитов. Оказалось, что только неоднородные модели, к числу которых принадлежит и так называемая двухструктурная модель, правильно объясняют взаимную растворимость неполярных газов в воде. Согласно двухструктурной модели, каждая структурная компонента обладает своим набором свойств и занимает определенный объем в пространстве.

Под миграцией подземных порово-трещинных вод будем понимать процессы перемещения компонентов подземных вод в порах и трещинах горных пород с учетом физико-

химических изменений, происходящих при смешении подземных вод и их взаимодействии с горными породами.

Гидродинамические основы миграции подземных вод базируются на представлениях о тепло- и массопереносе в подземных водах. Потребность в изучении миграции подземных вод возникает при обосновании количественных методов оценки изменений качественного состава воды в процессе ее перемещения в горных породах.

В 1856 г. Дарси установил, что «объем воды, который протекает через слой песка с данными свойствами, пропорционален перепаду давлению и обратно пропорционален толщине слоя песка» [1].

Многие экспериментальные данные подтверждают справедливость закона Дарси, который лежит в основе большинства современных исследований по теории фильтрации. С увеличением скорости потока создается дополнительный механизм обмена количеством движения; при этом происходит более быстрое возрастание сопротивления с ростом скорости течения и закон Дарси нарушается. Описания опытов по определению критического числа Рейнольдса, при котором происходит нарушение закона Дарси, опубликованы в многочисленных статьях.

В работе [2] подчеркивается то обстоятельство, что фильтрация грунтовой воды в беспорядочных почвенных пустотах должна рассматриваться как движение повышенной неустойчивости. На краях зерен при неожиданном, но обязательном расширении поперечного сечения должны возникать нарушения, ведущие при неустойчивом режиме течения к возникновению местной турбулентности уже при малых скоростях фильтрации. Нарушение закона Дарси может быть обусловлено в значительной мере этим эффектом. В опытах авторов отклонение от линейного закона имеет место уже при $K > 5$. Систематические исследования области справедливости закона Дарси выполнены Г.Ф. Требиным [3].

Ряд практических задач применительно к глинистым растворам на основе решения дифференциальных уравнений Генки–Ильюшина дан в монографиях [4].

В монографии П.М. Огibalова и А.Х. Мирзаджанзаде [5] рассматривается постановка и методы решения нестационарных задач вязкопластичности, точные и приближенные решения одномерных нестационарных задач, главным образом применительно к нефтепромысловой механике.

Приведем решение задачи фильтрации к горизонтальному дренажу, выполненное Н.С. Нерпиной и В.А. Янггарбером [6].

В настоящее время нет общих методов решения обобщенного уравнения Буссинеска, описывающего неустановившееся движение грунтовых вод в водоносном горизонте конечной глубины. Вследствие этого при расчете дренажа в условиях нестационарного потока обычно пользуются приближенными методами. Одним из простейших методов является метод последовательной смены стационарных состояний [7]. Как показано в работе [8], этот метод применительно к расчету систематического дренажа дает решения, близкие к точным, если задаваться депрессией, максимально приближающейся по своей форме к действительным.

В условиях непрерывного и достаточного питания линз пресных вод от водотоков с пресной водой эксплуатационный отбор обеспечен и периодической сработки запасов их не наблюдается. Такие гидрогеологические условия отмечаются, как правило, на участках водозаборов, эксплуатирующих приречные линзы на неорошаемых территориях. На орошаемых территориях на процесс формирования и эксплуатации приречных линз влияет режим водоподачи на поля и отвода их коллекторно-дренажной системой, который регулирует уровень грунтовых вод. В староорошаемых районах гидравлический уклон потока от реки и фильтрационные потери, как правило, небольшие.

Для нормальной работы групповой водозабор должен быть береговым, ширина пресной приречной линзы - значительной, его дебит формироваться в основном за счет потерь

реки. Если линейный водозабор расположен у реки с постоянным напором, но относительно в неширокой полосе линзы, то ее эксплуатация может сопровождаться подтягиванием соленых вод с прилегающей территории, качество откачиваемой воды будет определяться объемным соотношением пресной и соленой вод, поступающих в скважины. При этом формирование дебита водозабора у реки определяется гидродинамическими условиями поступления воды в скважины из реки и со стороны прилегающих территорий. В неорошаемых районах водозабор работает в условиях естественного потока от реки, в орошаемых условия приближаются к условиям бассейна и стока, когда поток грунтовых вод имеет направление к реке, так как ирригационные каналы проложены в более высоких гипсометрических отметках, чем река.

По гидродинамическим условиям взаимосвязи поверхностных и грунтовых вод и по характеру фильтрации в водоносном горизонте в приканальных линзах в основном различают: а) однослойный, безнапорный водоносный; б) двухслойный, напорный характеры.

В статье [9] использована математическая модель для выполнения асимптотического анализа полей избыточного напора с фильтрационной консолидацией в двойной релаксационной системе и показано, что на начальных этапах консолидации, учитывать релаксационные свойства деформируемой пористой важно в случае резких и значительных изменений давления. В общем случае динамика фильтрационной консолидации пористая среда может быть численно смоделирована в рамках рассматриваемой математической модели на основе разработанного алгоритма.

В статье [10] разработана математическая модель процесса движения соли при фильтрационном переносе соли с учетом процесса инфильтрации в ненасыщенных слоистых грунтах. Для решения поставленной задачи решение использован метод конечных разностей. В результате реализации задачи были проведены численные эксперименты и анализ полученных результатов.

В работе [11] рассмотрен температурный градиент в полевых условиях и в условиях солоноватой воды, для северных полувасушливых районах Китая при математическом моделировании данного процесса. Результаты численного решения задачи показывают, что градиент температуры почвы оказывает определенное влияние на водно-солевую миграцию почвы. Отмечено, что при проведении экспериментов влияние градиента температуры на миграцию соли было больше, чем влияние движения воды.

А в работе [12] рассмотрен двумерный устойчивый поток грунтовых вод в вертикальной плоскости. Аналитическое решение разработано и использовано для исследования взаимодействия воды с поверхности грунтовых вод-потоков. В работе водоносный слой является идеализированным в виде бесконечной полосы и русло моделируется в виде горизонтальной эквипотенциальной функции.

В водоносном горизонте движение грунтовых вод со свободной поверхностью наблюдается, когда их уровни залегают ниже слабопроницаемого мелкозернистого покрова, в противном случае с повышением УГВ фильтрация в пласте между мелкозернистым покровом и водоупором приобретает напорный характер.

В условиях подпертой фильтрации из канала (по терминологии А.М. Овчинникова) возникает искусственная водонапорная система, под которой понимается гидродинамическая характеристика взаимосвязи грунтовых вод с фильтрационными водами каналов. Исследования Н.Н. Фаворина в низовьях Амударьи и Н.Н. Ходжибаева в Голодной степи показали, что в зоне гидростатического влияния каналов формируются дополнительные пьезометрические напоры. Разница между действительным уровнем грунтовых вод и пьезометрической поверхностью, образующейся при фильтрации воды из канала, достигает 1 м. Вся эта зона находится под фильтрационным напряжением, обладает определенными упру-

гими свойствами, и поток грунтовых вод здесь не подчиняется закону Дарси. В этих условиях гидростатическая передача напора действует на большие расстояния и с большей скоростью, чем горизонтальное движение фильтрационных вод [13].

Постановка задачи. Для проведения комплексного исследования процесса неустановившаяся фильтрация подземных вод в пористой среде перейдем к выводу математической модели объекта исследования. Для нужд народного хозяйства возводятся разного рода гидротехнические сооружения: плотины на реках для регулирования стока воды на гидроэлектростанциях, водохранилища и каналы. Однако строительство этих сооружений приводит в ряде случаев к отрицательным последствиям – подпору грунтовых вод, потоплению, засолению и заболачиванию земель, что наносит огромный ущерб народному хозяйству.

Мелиоративные работы по борьбе с потоплением, засолением, заболачиванием требует больших капитальных вложений. Поэтому разработка эффективных методов решения задач прогноза изменения уровня грунтовых вод является одной из актуальных проблем.

Проектирование мощных и сверхмощных водохранилищ, водозаборных сооружений и водоотводных каналов крупных газовых и нефтяных месторождений и др. с наибольшей народнохозяйственной эффективностью требует научно обоснованных методов решения таких задач также является одной из важнейших задач прикладной математики.

Принятые условия прогнозирования уровня подземных вод и изменения концентрации солей в них (грунтовых водоносных горизонтах) при процессе фильтрации дают основание представить математическую модель объекта в виде системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных [14-20]:

$$\left. \begin{aligned} n_0 \rho \frac{\partial h}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho k h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \rho k \frac{h - \theta}{m} + f - \omega, \\ \rho h \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho D h \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) - v_x h \rho \frac{\partial \theta}{\partial x} + \rho k \frac{\theta - h}{m} + f \theta_f, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где h – уровень грунтовых вод; k – коэффициент фильтрации; n_0 – активная пористость грунта в соответствующих зонах; ρ – плотность грунта, f – внешний источник; ω – интенсивность испарения; m – мощность разделяющего слоя; v_x – скорости фильтрации; θ – солесодержание в водоносных горизонтах грунтовых вод, θ_f – поступающее с инфильтрационными водами.

Начальные и граничные условия приняты следующим образом:

$$h|_{t=0} = h_0, \quad \theta|_{t=0} = \theta_0, \quad (2)$$

$$n_0 \rho h \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x=0} = -\rho(h - h_0), \quad n_0 \rho h \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0, \quad (3)$$

$$\rho h \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} = -\rho(\theta - \theta_0), \quad \rho h \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0. \quad (4)$$

Метод решение. В последние годы последовательно проводятся научные исследования по разработке численных алгоритмов и численного моделирования процессов геофильтрации для решения гидрогеологических задач и предоставления предложений и рекомендаций. Такие количественные модели используются для количественной оценки состояния фильтрации в сложном природном процессе, для углубленного изучения общих закономерностей формирования, распределения и движения подземных вод, а также для научного обоснования методов и объемов планируемых

гидрогеологических исследований [14-20]. В таких случаях численные решения становятся не только методом получения количественных свойств, но и методом определения законов изучаемого процесса. В большинстве случаев уравнения, лежащие в основе численных моделей, основаны на законах сохранения физики и механики. Эти законы должны выполняться и при замене уравнений в математической модели дискретными уравнениями – конечно-разностными схемами. Такие конечно-разностные схемы называются консервативными схемами. Консервативные схемы позволяют получить решение уравнений корректно с физической точки зрения.

Вводятся безразмерные величины $h^* = \frac{h}{h_0}$, $x^* = \frac{x}{L}$, $k^* = \frac{k}{k_0}$, $\rho^* = \frac{\rho}{\rho_0}$, $m^* = \frac{m}{m_0}$, $\tau = \frac{k_0 h_0}{n_0 L^2} t$, $\theta^* = \frac{\theta}{\theta_0}$, $D^* = \frac{D}{D_0}$, которые используются в процессе решения задачи (1)-(4).

Тогда математическая модель (1)-(4) процесса изменения уровня подземных фильтрационных вод и концентрации солей (в фильтрационном водоносном горизонте) выражается следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \rho^* \frac{\partial h^*}{\partial \tau} &= \frac{\partial}{\partial x^*} \left(\rho^* k^* h^* \frac{\partial h^*}{\partial x^*} \right) + \xi_1 \rho^* k^* \frac{h^* - \xi \theta^*}{m^*} + \xi_2 (f - \omega), \\ \rho^* h^* \frac{\partial \theta^*}{\partial \tau} &= \varphi_1 \frac{\partial}{\partial x^*} \left(\rho^* D^* h^* \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} \right) - \varphi_2 v_x h^* \rho^* \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} + \varphi_3 \rho^* k^* \frac{\xi \theta^* - h^*}{m^*} + \varphi_4 f \theta_f, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

здесь $\xi = \frac{\theta_0}{h_0}$, $\xi_1 = \frac{L^2}{m_0 h_0}$, $\xi_2 = \frac{L^2}{k_0 \rho_0 h_0^2}$, $\varphi_1 = \frac{D_0 n_0}{k_0 h_0}$, $\varphi_2 = \frac{L n_0}{k_0 h_0}$, $\varphi_3 = \frac{L^2 n_0}{\theta_0 h_0}$, $\varphi_4 = \frac{L^2 n_0}{\theta_0 k_0 \rho_0 h_0^2}$.

Граничные условия приобретают вид:

$$\frac{n_0 \rho_0 h_0^2}{L} \rho^* h^* \frac{\partial h^*}{\partial x^*} \Big|_{x^*=0} = -\rho_0 \rho^* (h_0 h^* - h_0), \quad \frac{n_0 \rho_0 h_0^2}{L} \rho^* h^* \frac{\partial h^*}{\partial x^*} \Big|_{x^*=1} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\rho_0 h_0 \theta_0}{L} \rho^* h^* \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} \Big|_{x^*=0} = -\rho_0 \rho^* (\theta_0 \theta^* - \theta_0), \quad \frac{\rho_0 h_0 \theta_0}{L} \rho^* h^* \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} \Big|_{x^*=1} = 0. \quad (7)$$

Для упрощения опустим знак «*» в системе и граничных условиях (5)-(7), и при $D_1 = Dh$ запишем уравнения в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial h}{\partial \tau} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho k h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \xi_1 \rho k \frac{h - \xi \theta}{m} + \xi_2 (f - \omega), \\ \rho h \frac{\partial \theta}{\partial \tau} &= \varphi_1 \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho D_1 \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) - \varphi_2 v_x h \rho \frac{\partial \theta}{\partial x} + \varphi_3 \rho k \frac{\xi \theta - h}{m} + \varphi_4 f \theta_f, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\frac{n_0 \rho_0 h_0^2}{L} \rho h \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x=0} = -\rho_0 \rho (h_0 h - h_0), \quad \frac{n_0 \rho_0 h_0^2}{L} \rho h \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x=1} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\rho_0 h_0 \theta_0}{L} \rho h \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} = -\rho_0 \rho (\theta_0 \theta - \theta_0), \quad \frac{\rho_0 h_0 \theta_0}{L} \rho h \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=1} = 0. \quad (10)$$

Стоит отметить, что задача (8)-(10) представлена нелинейными дифференциальными уравнениями, поэтому аналитическое решение ее невозможно. Для получения решения задачи (8)-(10) воспользуемся конечными разностями, а также методами прямой и обратной прогонки. Для этого вводим сетку в $G = \{0 \leq x \leq L, 0 \leq t \leq N\}$ области, где N – максимальное время в искомом интервале процесса, G – интервал области на Δx шагов, $[0, N]$ делим на $\Delta \tau$ шага и получаем следующее сетка [20-24]:

$$\omega_{\Delta x, \Delta \tau} = \{x = i \Delta x; i = 0, 1, 2, \dots, I; t_n = j \Delta \tau; j = 1, 2, \dots, J\}$$

Аппроксимируя систему (8) и граничные условия (9), (10) на сетке схемой $\omega_{\Delta x, \Delta \tau}$, получаем следующую систему:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\rho_i}{2\tilde{h}_i} \left(\frac{(h^2)_i^{j+1} - (h^2)_i^j}{\Delta \tau} + \frac{(h^2)_{i+1}^{j+1} - (h^2)_{i+1}^j}{\Delta \tau} \right) &= \frac{(\rho k)_{i-0.5} (h^2)_{i-1}^{j+1} - ((\rho k)_{i-0.5} + (\rho k)_{i+0.5}) (h^2)_i^{j+1} +}{\Delta x^2} + \\ &+ \frac{(\rho k)_{i+0.5} (h^2)_{i+1}^{j+1}}{\Delta x^2} + \frac{2\xi_1 k_i}{m} \rho_i h_i^{j+1} - \frac{2\xi_1 \xi k_i}{m} \rho_i \theta_i^j + 2\xi_2 (f_i - \omega_i), \\ \frac{\rho_i h_i^{j+1}}{2} \left(\frac{\theta_i^{j+1} - \theta_i^j}{\Delta \tau} + \frac{\theta_{i+1}^{j+1} - \theta_{i+1}^j}{\Delta \tau} \right) &= \frac{\varphi_1 (\rho D_1)_{i-0.5} \theta_{i-1}^{j+1} - \varphi_1 ((\rho D_1)_{i-0.5} + (\rho D_1)_{i+0.5}) \theta_i^{j+1} + \varphi_1 (\rho D_1)_{i+0.5} \theta_{i+1}^{j+1} +}{\Delta x^2} + \\ &+ \frac{\varphi_2 v_x h_i^{j+1}}{2\Delta x} (2\rho_i \theta_i^{j+1} - (|\rho_i| + \rho_i) \theta_{i-1}^{j+1} + (|\rho_i| - \rho_i) \theta_{i+1}^{j+1}) + \frac{\xi \varphi_3 k_i}{m} \rho_i \theta_i^j - \frac{\varphi_3 k_i}{m} \rho_i h_i^{j+1} + \varphi_4 f_i \theta_{\bar{f}_i}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Поскольку разностная схема нелинейно относительно функции уровня h , для ее решения используется метод приведения ее к квазилинейному состоянию, т.е. $h^2 \approx 2\tilde{h}h - \tilde{h}^2$. Тогда разностную систему можно записать в виде квазилинейную разностную систему следующего вида:

$$\left. \begin{aligned} \rho_i \left(\frac{h_i^{j+1} - h_i^j}{2\Delta \tau} + \frac{h_{i+1}^{j+1} - h_{i+1}^j}{2\Delta \tau} \right) &= \frac{\tilde{h}_i}{\Delta x^2} ((\rho k)_{i-0.5} h_{i-1}^{j+1} - ((\rho k)_{i-0.5} + (\rho k)_{i+0.5}) h_i^{j+1} + (\rho k)_{i+0.5} h_{i+1}^{j+1}) + \\ &+ \frac{2\xi_1 k_i}{m} \rho_i h_i^{j+1} - \frac{2\xi_1 \xi k_i}{m} \rho_i \theta_i^j + 2\xi_2 (f_i - \omega_i), \\ \rho_i h_i^{j+1} \left(\frac{\theta_i^{j+1} - \theta_i^j}{2\Delta \tau} + \frac{\theta_{i+1}^{j+1} - \theta_{i+1}^j}{2\Delta \tau} \right) &= \frac{\varphi_1 (\rho D_1)_{i-0.5} \theta_{i-1}^{j+1} - \varphi_1 ((\rho D_1)_{i-0.5} + (\rho D_1)_{i+0.5}) \theta_i^{j+1} + \varphi_1 (\rho D_1)_{i+0.5} \theta_{i+1}^{j+1} +}{\Delta x^2} + \\ &+ \frac{\varphi_2 v_x h_i^{j+1}}{2\Delta x} (2\rho_i \theta_i^{j+1} - (|\rho_i| + \rho_i) \theta_{i-1}^{j+1} + (|\rho_i| - \rho_i) \theta_{i+1}^{j+1}) + \frac{\xi \varphi_3 k_i}{m} \rho_i \theta_i^j - \frac{\varphi_3 k_i}{m} \rho_i h_i^{j+1} + \varphi_4 f_i \cdot \theta_{\bar{f}_i}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

здесь $(\rho k)_{i-0.5} = \rho_{i-0.5} k_{i-0.5}$, $(\rho k)_{i+0.5} = \rho_{i+0.5} k_{i+0.5}$, $(\rho D_1)_{i-0.5} = \rho_{i-0.5} (D_1)_{i-0.5}$, $(\rho D_1)_{i+0.5} = \rho_{i+0.5} (D_1)_{i+0.5}$.

Можно упростить систему (12) выделением h и θ :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\tilde{h}_{i-1}}{\Delta x^2} (\rho k)_{i-0.5} h_{i-1}^{j+1} - \left(\frac{\tilde{h}_i}{\Delta x^2} ((\rho k)_{i-0.5} + (\rho k)_{i+0.5}) - \frac{2\xi_1 k_i \rho_i}{m} + \frac{\rho_i}{2\Delta \tau} \right) h_i^{j+1} + \left(\frac{\tilde{h}_{i+1}}{\Delta x^2} (\rho k)_{i+0.5} - \frac{\rho_i}{2\Delta \tau} \right) h_{i+1}^{j+1} &= \\ &- \left(\frac{\rho_i}{2\Delta \tau} h_i^j + \frac{\rho_i}{2\Delta \tau} h_{i+1}^j - \frac{2\xi_1 \xi k_i}{m} \rho_i \theta_i^j + 2\xi_2 (f_i - \omega_i) \right), \\ \left(\frac{\varphi_1 (\rho D_1)_{i-0.5}}{\Delta x^2} - \frac{\varphi_2 v_x h_i^{j+1}}{2\Delta x} (|\rho_i| + \rho_i) \right) \theta_{i-1}^{j+1} - \left(\frac{\varphi_1 ((\rho D_1)_{i-0.5} + (\rho D_1)_{i+0.5})}{\Delta x^2} + \frac{\rho_i h_i^{j+1}}{2\Delta \tau} - \frac{\varphi_2 v_x h_i^{j+1} \rho_i}{\Delta x} \right) \theta_i^{j+1} + \\ &+ \left(\frac{\varphi_1 (\rho D_1)_{i+0.5}}{\Delta x^2} - \frac{\rho_i h_i^{j+1}}{2\Delta \tau} + \frac{\varphi_2 v_x h_i^{j+1}}{2\Delta x} (|\rho_i| - \rho_i) \right) \theta_{i+1}^{j+1} = \\ &- \left(\frac{\rho_i h_i^{j+1}}{2\Delta \tau} \theta_i^j + \frac{\rho_i h_{i+1}^{j+1}}{2\Delta \tau} \theta_{i+1}^j + \frac{\xi \varphi_3 k_i}{m} \rho_i \theta_i^j - \frac{\varphi_3 k_i}{m} \rho_i h_i^{j+1} + \varphi_4 f_i \cdot \theta_{\bar{f}_i} \right). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

В результате из (13) переходим к конечно-разностную систему:

$$a_i h_{i-1}^{j+1} - b_i h_i^{j+1} + c_i h_{i+1}^{j+1} = -d_i^j, \quad (14)$$

$$\bar{a}_i \theta_{i-1}^{j+1} - \bar{b}_i \theta_i^{j+1} + \bar{c}_i \theta_{i+1}^{j+1} = -\bar{d}_i^j. \quad (15)$$

Здесь

$$\begin{aligned}
a_i &= \frac{\tilde{h}_{i-1}}{\Delta x^2} (\rho k)_{i-0.5}, \quad b_i = \left(\frac{\tilde{h}_i}{\Delta x^2} ((\rho k)_{i-0.5} + (\rho k)_{i+0.5}) - \frac{2\xi_1 k_i \rho_i}{m} + \frac{\rho_i}{2\Delta\tau} \right), \\
c_i &= \left(\frac{\tilde{h}_{i+1}}{\Delta x^2} (\rho k)_{i+0.5} - \frac{\rho_i}{2\Delta\tau} \right), \quad d_i^j = \left(\frac{\rho_i}{2\Delta\tau} h_i^j + \frac{\rho_i}{2\Delta\tau} h_{i+1}^j - \frac{2\xi_1 k_i}{m} \rho_i \theta_i^j + 2\xi_2 (f_i - \omega_i) \right), \\
\bar{a}_i &= \left(\frac{\varphi_1 (\rho D_1)_{i-0.5}}{\Delta x^2} - \frac{\varphi_2 v_x h_i^{j+1}}{2\Delta x} (|\rho_i| + \rho_i) \right), \quad \bar{b}_i = \left(\frac{\varphi_1 ((\rho D_1)_{i-0.5} + (\rho D_1)_{i+0.5})}{\Delta x^2} + \frac{\rho_i h_i^{j+1}}{2\Delta\tau} - \frac{\varphi_2 v_x h_i^{j+1} \rho_i}{\Delta x} \right), \\
\bar{c}_i &= \left(\frac{\varphi_1 (\rho D_1)_{i+0.5}}{\Delta x^2} - \frac{\rho_i h_i^{j+1}}{2\Delta\tau} + \frac{\varphi_2 v_x h_i^{j+1}}{2\Delta x} (|\rho_i| - \rho_i) \right), \\
\bar{d}_i^j &= \left(\frac{\rho_i h_i^{j+1}}{2\Delta\tau} \theta_i^j + \frac{\rho_i h_{i+1}^{j+1}}{2\Delta\tau} \theta_{i+1}^j + \frac{\xi \varphi_3 k_i}{m} \rho_i \theta_i^j - \frac{\varphi_3 k_i}{m} \rho_i h_i^{j+1} + \varphi_4 f_i \theta_{fi} \right).
\end{aligned}$$

Граничные условия (9) и (10) аппроксимируются со вторым порядком точности:

$$\frac{n_0 \rho_0 h_0^2}{2\Delta x L} \rho_i (h_0^{j+1} - 4h_1^{j+1} + 3h_2^{j+1}) = -\rho_0 \rho_i (h_0 h_1^{j+1} - h_0), \quad (16)$$

$$\frac{n_0 \rho_0 h_0^2}{2\Delta x L} \rho_i (-3h_{I-1}^{j+1} + 4h_I^{j+1} - h_{I+1}^{j+1}) = 0, \quad (17)$$

$$\frac{\rho_0 h_0 \theta_0}{2\Delta x L} \rho_i h_1^{j+1} (\theta_0^{j+1} - 4\theta_1^{j+1} + 3\theta_2^{j+1}) = -\rho_0 \rho_i (\theta_0 \theta_1^{j+1} - \theta_0), \quad (18)$$

$$\frac{\rho_0 h_0 \theta_0}{2\Delta x L} \rho_i h_1^{j+1} (-3\theta_{I-1}^{j+1} + 4\theta_I^{j+1} - \theta_{I+1}^{j+1}) = 0. \quad (19)$$

Система алгебраических уравнений (14) и (15) решается методом прогонки, в котором используются следующие рекуррентные зависимости:

$$h_i^{j+1} = \alpha_{i+1} h_{i+1}^{j+1} + \beta_{i+1}, \quad (20)$$

$$\theta_i^{j+1} = \bar{\alpha}_{i+1} \theta_{i+1}^{j+1} + \bar{\beta}_{i+1}; \quad (21)$$

где α_i , β_i , $\bar{\alpha}_i$, $\bar{\beta}_i$ – коэффициенты прогонки:

$$\alpha_{i+1} = \frac{c_i}{b_i - a_i \alpha_i}, \quad \beta_{i+1} = \frac{d_i^j + a_i \beta_i}{b_i - a_i \alpha_i}, \quad \bar{\alpha}_{i+1} = \frac{\bar{c}_i}{\bar{b}_i - \bar{a}_i \bar{\alpha}_i}, \quad \bar{\beta}_{i+1} = \frac{\bar{d}_i^j + \bar{a}_i \bar{\beta}_i}{\bar{b}_i - \bar{a}_i \bar{\alpha}_i}. \quad (\#)$$

Заменив i на $i-1$ в рекуррентных уравнениях (20) и (21), а также в коэффициентах прогонки (#), можем выразить их следующим образом:

$$h_{i-1}^{j+1} = \alpha_i h_i^{j+1} + \beta_i, \quad (20^*)$$

$$\theta_{i-1}^{j+1} = \bar{\alpha}_i \theta_i^{j+1} + \bar{\beta}_i. \quad (21^*)$$

$$\alpha_i = \frac{c_{i-1}}{b_{i-1} - a_{i-1} \alpha_{i-1}}, \quad \beta_i = \frac{d_{i-1}^j + a_{i-1} \beta_{i-1}}{b_{i-1} - a_{i-1} \alpha_{i-1}}, \quad \bar{\alpha}_i = \frac{\bar{c}_{i-1}}{\bar{b}_{i-1} - \bar{a}_{i-1} \bar{\alpha}_{i-1}}, \quad \bar{\beta}_i = \frac{\bar{d}_{i-1}^j + \bar{a}_{i-1} \bar{\beta}_{i-1}}{\bar{b}_{i-1} - \bar{a}_{i-1} \bar{\alpha}_{i-1}}. \quad (\#^*)$$

Полагая $i=1$, из системы трехдиагональных линейных алгебраических уравнений (14) и (15) и рекуррентных уравнений (20*) и (21*) имеем:

$$h_2^{j+1} = -\frac{a_1}{c_1} h_0^{j+1} + \frac{b_1}{c_1} h_1^{j+1} - \frac{d_1^j}{c_1}, \quad (22)$$

$$\theta_2^{j+1} = -\frac{\bar{a}_1}{\bar{c}_1} \theta_0^{j+1} + \frac{\bar{b}_1}{\bar{c}_1} \theta_1^{j+1} - \frac{\bar{d}_1^j}{\bar{c}_1}, \quad (23)$$

$$h_0^{j+1} = \alpha_1 h_1^{j+1} + \beta_1, \quad (24)$$

$$\theta_0^{j+1} = \bar{\alpha}_1 \theta_1^{j+1} + \bar{\beta}_1. \quad (25)$$

Упрощая граничные условия (16) и (18), образуем уравнения:

$$h_2^{j+1} = -\frac{1}{3}h_0^{j+1} + \frac{4}{3}h_1^{j+1} - \frac{2\Delta x L}{3n_0 h_0}(h_1^{j+1} - 1), \dots\dots\dots(26)$$

$$\theta_2^{j+1} = -\frac{1}{3}\theta_0^{j+1} + \frac{4}{3}\theta_1^{j+1} - \frac{2\Delta x L}{3h_0 \theta_0 h_1^{j+1}}(\theta_0 \theta_1^{j+1} - \theta_0). \quad (27)$$

Сравнивая уравнения (22) и (26) и (23) и (27) соответственно, находим значения h_0^{j+1} и θ_0^{j+1} :

$$h_0^{j+1} = \frac{3n_0 h_0 b_1 - 4c_1 n_0 h_0 + 2\Delta x L c_1}{(3a_1 - c_1)n_0 h_0} h_1^{j+1} - \frac{2\Delta x L c_1 + 3n_0 h_0 d_1^j}{(3a_1 - c_1)n_0 h_0}, \quad (28)$$

$$\theta_0^{j+1} = \frac{3h_0 h_1^{j+1} \bar{b} - 4_1 h_0 h_1^{j+1} \bar{c}_1 + 2\Delta x L \bar{c}_1}{(3\bar{a}_1 - \bar{c}_1)h_0 h_1^{j+1}} \theta_1^{j+1} - \frac{2\Delta x L \bar{c}_1 + 3h_0 h_1^{j+1} \bar{d}_1^j}{(3\bar{a}_1 - \bar{c}_1)h_0 h_1^{j+1}}, \quad (29)$$

Сравнивая уравнения (24), (28) и (25), (29), находим начальные значения коэффициентов α_1 , β_1 и $\bar{\alpha}_1$, $\bar{\beta}_1$:

$$\alpha_1 = \frac{3n_0 h_0 b_1 - 4c_1 n_0 h_0 + 2\Delta x L c_1}{(3a_1 - c_1)n_0 h_0}, \quad \beta_1 = -\frac{2\Delta x L c_1 + 3n_0 h_0 d_1^j}{(3a_1 - c_1)n_0 h_0},$$

$$\bar{\alpha}_1 = \frac{3h_0 h_1^{j+1} \bar{b} - 4_1 h_0 h_1^{j+1} \bar{c}_1 + 2\Delta x L \bar{c}_1}{(3\bar{a}_1 - \bar{c}_1)h_0 h_1^{j+1}}, \quad \bar{\beta}_1 = -\frac{2\Delta x L \bar{c}_1 + 3h_0 h_1^{j+1} \bar{d}_1^j}{(3\bar{a}_1 - \bar{c}_1)h_0 h_1^{j+1}}$$

В системе трехдиагональных линейных алгебраических уравнений (14) и (15), полагая $i = I$, получаем уравнения:

$$h_{I+1}^{j+1} = -\frac{a_I}{c_I} h_{I-1}^{j+1} + \frac{b_I}{c_I} h_I^{j+1} - \frac{d_I^j}{c_I}, \quad (30)$$

$$\theta_{I+1}^{j+1} = -\frac{\bar{a}_I}{\bar{c}_I} \theta_{I-1}^{j+1} + \frac{\bar{b}_I}{\bar{c}_I} \theta_I^{j+1} - \frac{\bar{d}_I^j}{\bar{c}_I}, \quad (31)$$

$$h_{I-1}^{j+1} = \alpha_I h_I^{j+1} + \beta_I, \quad (32)$$

$$\theta_{I-1}^{j+1} = \bar{\alpha}_I \theta_I^{j+1} + \bar{\beta}_I. \quad (33)$$

а упрощая граничные условия (17) и (19), получаем

$$h_{I+1}^{j+1} = 4h_I^{j+1} - 3h_{I-1}^{j+1} \quad (34)$$

$$\theta_{I+1}^{j+1} = -3\theta_{I-1}^{j+1} + 4\theta_I^{j+1}. \quad (35)$$

Сравнивая уравнения (30), (34) и (31), (35), находим h_{I-1}^{j+1} и θ_{I-1}^{j+1} :

$$h_{I-1}^{j+1} = \frac{b_I - 4c_I}{a_I - 3c_I} h_I^{j+1} - \frac{d_I^j}{a_I - 3c_I}, \dots\dots\dots(36)$$

$$\theta_{I-1}^{j+1} = \frac{\bar{b}_I - 4\bar{c}_I}{\bar{a}_I - 3\bar{c}_I} \theta_I^{j+1} - \frac{\bar{d}_I^j}{\bar{a}_I - 3\bar{c}_I}. \quad (37)$$

Приравнивая уравнения (32), (36) и (33), (37), находим граничные значения концентрации солей в грунтовых водах и фильтрационном водоносном горизонте:

$$h_I^{j+1} = \frac{(a_I - 3c_I)\beta_I + d_I^j}{b_I - 4c_I - \alpha_I(a_I - 3c_I)},$$

$$\theta_I^{j+1} = \frac{(\bar{a}_I - 3\bar{c}_I)\bar{\beta}_I + \bar{d}_I^j}{\bar{b}_I - 4\bar{c}_I - (\bar{a}_I - 3\bar{c}_I)\bar{\alpha}_I}$$

а также методом обратной прогонки находим значения уровня воды и концентрации соли $h_{I-1}^{j+1}, h_{I-2}^{j+1}, \dots, h_1^{j+1}, \theta_{I-1}^{j+1}, \theta_{I-2}^{j+1}, \dots, \theta_1^{j+1}$. При этом сходимость итерационного процесса проверялась с использованием условий $|(h_I^j)^{(s+1)} - (h_I^j)^{(s)}| < \varepsilon$, где ε – точность итерационного процесса, s – порядковый номер итерации.

Алгоритм и результаты расчета. Качественное и количественное исследование математических моделей, численное решение и вычислительные эксперименты требуют разработки численных алгоритмов. В связи с этим был разработан эффективный алгоритм численного расчета для исследования математических моделей изменения уровня грунтовых вод и концентрации солей в однослойных средах и проведения вычислительных экспериментов.

Алгоритм состоит из следующих шагов:

Шаг 1. Вводятся параметры: $h_0, L, k_0, \rho_0, m_0, n_0, \theta_0, D_0, f, \omega, h_0, s, \theta_f, \theta_0, \Delta x, \Delta \tau, \varepsilon$.

Шаг 2. Рассчитываются значения $\xi = \frac{\theta_0}{h_0}, \xi_1 = \frac{L^2}{m_0 h_0}, \xi_2 = \frac{L^2}{k_0 \rho_0 h_0^2}, \varphi_1 = \frac{D_0 n_0}{k_0 h_0},$
 $\varphi_2 = \frac{L n_0}{k_0 h_0}, \varphi_3 = \frac{L^2 n_0}{\theta_0 h_0}, \varphi_4 = \frac{L^2 n_0}{\theta_0 k_0 \rho_0 h_0^2}.$

Шаг 3. Принимается значение $j = 1$.

Шаг 4. Вычисляются коэффициенты системы трехдиагональных линейных алгебраических уравнений

$$a_i = \frac{\tilde{h}_{i-1}}{\Delta x^2} (\rho k)_{i-0.5}, b_i = \left(\frac{\tilde{h}_i}{\Delta x^2} ((\rho k)_{i-0.5} + (\rho k)_{i+0.5}) - \frac{2\xi_1 k_i \rho_i}{m} + \frac{\rho_i}{2\Delta \tau} \right), c_i = \left(\frac{\tilde{h}_{i+1}}{\Delta x^2} (\rho k)_{i+0.5} - \frac{\rho_i}{2\Delta \tau} \right),$$

$$\bar{a}_i = \left(\frac{\varphi_1 (\rho D_1)_{i-0.5}}{\Delta x^2} - \frac{\varphi_2 v_x h_i^{j+1}}{2\Delta x} (|\rho_i| + \rho_i) \right), \bar{b}_i = \left(\frac{\varphi_1 ((\rho D_1)_{i-0.5} + (\rho D_1)_{i+0.5})}{\Delta x^2} + \frac{\rho_i h_i^{j+1}}{2\Delta \tau} - \frac{\varphi_2 v_x h_i^{j+1} \rho_i}{\Delta x} \right),$$

$$\bar{c}_i = \left(\frac{\varphi_1 (\rho D_1)_{i+0.5}}{\Delta x^2} - \frac{\rho_i h_i^{j+1}}{2\Delta \tau} + \frac{\varphi_2 v_x h_i^{j+1}}{2\Delta x} (|\rho_i| - \rho_i) \right)$$

и их правые части

$$d_i^j = \left(\frac{\rho_i}{2\Delta \tau} h_i^j + \frac{\rho_i}{2\Delta \tau} h_{i+1}^j - \frac{2\xi \xi_1 k_i}{m} \rho_i \theta_i^j + 2\xi_2 (f_i - \omega_i) \right),$$

$$\bar{d}_i^j = \left(\frac{\rho_i h_i^{j+1}}{2\Delta \tau} \theta_i^j + \frac{\rho_i h_i^{j+1}}{2\Delta \tau} \theta_{i+1}^j + \frac{\xi \varphi_3 k_i}{m} \rho_i \theta_i^j - \frac{\varphi_3 k_i}{m} \rho_i h_i^{j+1} + \varphi_4 f_i \theta_{f_i} \right).$$

Шаг 5. Если в системе трехдиагональных линейных алгебраических уравнений $a_i h_{i-1}^{j+1} - b_i h_i^{j+1} + c_i h_{i+1}^{j+1} = -d_i^j$ ва $\bar{a}_i \theta_{i-1}^{j+1} - \bar{b}_i \theta_i^{j+1} + \bar{c}_i \theta_{i+1}^{j+1} = -\bar{d}_i^j$, выполняются условия $|a_i| + |c_i| \leq |b_i|$, $|\bar{a}_i| + |\bar{c}_i| \leq |\bar{b}_i|$, переходим к шагу 6, в противном случае переходим к шагу 1.

Шаг 6. Вычисляются прогоночные коэффициенты:

при $i = 1$:

$$\alpha_1 = \frac{3n_0h_0b_1 - 4c_1n_0h_0 + 2\Delta x L c_1}{(3a_1 - c_1)n_0h_0}, \quad \beta_1 = -\frac{2\Delta x L c_1 + 3n_0h_0d_1^j}{(3a_1 - c_1)n_0h_0},$$

$$\bar{\alpha}_1 = \frac{3h_0h_1^{j+1}\bar{b} - 4h_0h_1^{j+1}\bar{c}_1 + 2\Delta x L \bar{c}_1}{(3\bar{a}_1 - \bar{c}_1)h_0h_1^{j+1}}, \quad \bar{\beta}_1 = -\frac{2\Delta x L \bar{c}_1 + 3h_0h_1^{j+1}\bar{d}_1^j}{(3\bar{a}_1 - \bar{c}_1)h_0h_1^{j+1}};$$

при $i = 2 \dots I - 1$:

$$\alpha_{i+1} = \frac{c_i}{b_i - a_i\alpha_i}, \quad \beta_{i+1} = \frac{d_i^j + a_i\beta_i}{b_i - a_i\alpha_i}, \quad \bar{\alpha}_{i+1} = \frac{\bar{c}_i}{\bar{b}_i - \bar{a}_i\bar{\alpha}_i}, \quad \bar{\beta}_{i+1} = \frac{\bar{d}_i^j + \bar{a}_i\bar{\beta}_i}{\bar{b}_i - \bar{a}_i\bar{\alpha}_i}.$$

Шаг 7. Вычисляются уровень грунтовых вод h_i^{j+1} и концентрация соли θ_i^{j+1} на границе водоносного горизонта:

$$h_i^{j+1} = \frac{(a_i - 3c_i)\beta_i + d_i^j}{b_i - 4c_i - \alpha_i(a_i - 3c_i)}, \quad \theta_i^{j+1} = \frac{(\bar{a}_i - 3\bar{c}_i)\bar{\beta}_i + \bar{d}_i^j}{\bar{b}_i - 4\bar{c}_i - (\bar{a}_i - 3\bar{c}_i)\bar{\alpha}_i}.$$

Шаг 8. По рекуррентным формулам $h_i^{j+1} = \alpha_{i+1}h_{i+1}^{j+1} + \beta_{i+1}$ и $\theta_i^{j+1} = \bar{\alpha}_{i+1}\theta_{i+1}^{j+1} + \bar{\beta}_{i+1}$ рассчитываются значения h_i^{j+1} , θ_i^{j+1} ($i = I - 1 \dots 1$).

Шаг 9. Значение j увеличивается на 1.

Шаг 10. Если выполнено условие $|(h_i^j)^{(s+1)} - (h_i^j)^{(s)}| < \varepsilon$, то переходим к шагу 11, иначе возвращаемся к шагу 1.

Шаг 11. Если выполнено условие $j \leq J$, то переходим к шагу 4, иначе возвращаемся к шагу 12. Шаг 12. Конец вычислений.

На основе представленного выше материала составлена программа и проведен вычислительный эксперимент.

В этой (8) – (10) модели в качестве объектов рассматриваются пористые слои горных пород, через которые движутся грунтовые воды. Эти слои могут представлять собой песок, гравий, глину или другие геологические материалы. Пористые среды играют важную роль в определении проницаемости, емкости и других гидрогеологических свойств подземных вод и солей. В качестве объектов рассматриваются внешние силы и факторы, влияющие на движение воды и рассеивание солей. Эти силы могут включать геологические процессы, влияющие на подземные воды, деятельность человека (например, орошение или забор воды) и другие факторы. За объект принята плотность воды (ρ), поскольку эти параметры напрямую влияют на движение воды и распределение солей. Плотность и давление определяют поток воды внутри пористой среды.

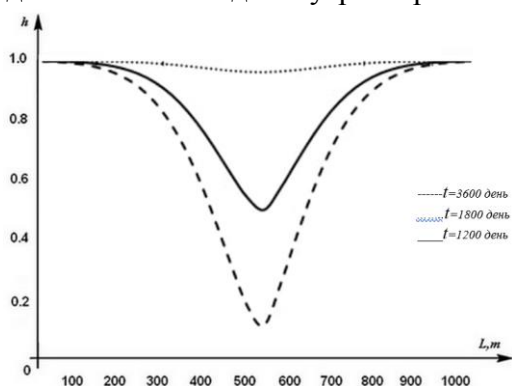


Рис. 1. Изменение уровня грунтовых вод с расстоянием в разные моменты времени.

$$\rho = 0.0347, \quad f = 0.05, \quad \omega = 0.02, \quad n_0 = 0.0256$$

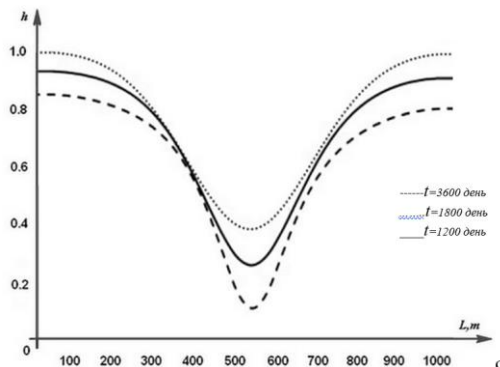


Рис. 2. Изменение уровня грунтовых вод с расстоянием в разные моменты времени.

$$\rho = 0.03, \quad f = 0.06, \quad \omega = 0.02, \quad n_0 = 0.06$$

Изменения уровня грунтовых вод с течением времени мы можем увидеть по результатам вычислительных экспериментов на рис. 1, 2. На прибрежном участке наблюдаются некоторые связи между абсолютным значением жесткости и плотными остаточными водами в русле и грунтовыми водами. На расстоянии от канала качество воды определяется условиями дренажа орошаемых земель и качеством (минерализацией и жесткостью) грунтовых вод с прилегающих территорий. В результате качество воды ухудшается, и в основе этой ситуации лежит подъем уровня воды, как видно из результатов. Исходя из этого можно сделать вывод о том, что подземные воды оказывают большое влияние на регионы, не имеющие канализации. В результате накопления подземных вод появляются источники воды, из которых распространяется влага и сточные воды. В результате разрушается экология окружающей среды.

Заключение. Научная значимость результатов исследований заключается в совершенствовании математических моделей движения подземных вод в однослойных средах с учетом влияния внутренних и внешних факторов на уровень подземных вод и изменения содержания солей. Разработаны математическая модель и эффективный цифровой алгоритм для комплексного изучения процесса геофильтрации и проведения компьютерных экспериментов по изменению подземных и напорных вод, а также концентрации солей. Поскольку процесс описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений и соответствующими начальными и граничными условиями, был использован метод квазилинеаризации. Из-за большого количества параметров в данной задаче она была переведена в безразмерное состояние. С использованием разработанного эффективного численного алгоритма применение кинетического подхода к прогнозированию движения и уровня сточных вод может быть использовано для разработки рекомендаций перед внедрением технологий принятия решений для решения задач управления при прогнозировании изменения концентрации солей в воде. Результаты были получены и проанализированы без измерений. В результате изучения законов движения потоков сточных вод можно проводить компьютерные эксперименты с помощью алгоритма по определению изменения расстояния и скорости распространения сточных вод с водорастворимыми химическими и активными свойствами в слоях почвы. С помощью моделей и алгоритмов можно прогнозировать процесс водопроникновения и изменения уровня воды в зонах водообеспечения, многие технологические процессы, происходящие при миграции солей, а также проводить качественный и количественный анализ процессов в гидрогеологии. Созданный математический и численный аппарат позволяет существенно сократить объемы полномасштабных исследований и минимизировать экспериментальные работы, требующие дорогостоящих ресурсов в процессе вычислительных экспериментов..

ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Darcy H. Les fontainess Publique de la Ville de Dijon. – Victor Dalmont, Paris, 1856. – 217 p.
- [2] Nagy I.V., Karadi G. Untersuchungen uber den Gultigkeitsbereich des Gesetzes von Daarcy // *Osterreichisch Wasserwirtschaft*, vol. 13, No. 12, 1961. – С. 217-220.
- [3] Требин Г.Ф. Фильтрация жидкостей и газов в пористых средах. – М.: Гостопиздат, 1959. – 217 с.
- [4] Мирзаджанзаде А.Х. Вопросы гидродинамики вязкопластичных и вязких жидкостей в применении к нефтедобыче. - Баку, 1956. – 236 с.
- [5] Огибалов П.М., Мирзаджанзаде А.Х. Нестационарные движения вязкопластичных сред. М.: изд. МГУ, 1970. – 247 с.
- [6] Нерпина Н.С., Янгарбер В.А. Учет следов сдвиговой прочности при решении двумерных задач фильтрации // Докл. ВАСХНИЛ, 1969, № 9. – С. 213-217.
- [7] Чарный И.А. Подземная гидромеханика. - М.–Л.: Гостехиздат, 1948. – 317 с.
- [8] Ионат В.А. Расчет горизонтального дренажа в неоднородных грунтах. - Таллин, НИИ земледелия и мелиорации, 1962. – С. 116-119.
- [9] Bulavatskii V. M. // *Mathematical modeling of filtration consolidation with salt transfer in a double-relaxation system*. Cybernetics and Systems Analysis, Vol. 44, No. 1, 2008. 91-99 DOI:1060-0396/08/4401-0091
- [10] Anatoliy Vlasjuk, Tetiana Tsvetkova, Pawel Falat, Aleksandra Klos-Witkowska, Kornel Warwas. Mathematical Modelling of Infiltration Effect on Process of Salts Transfer in Layered Saturated Non-saturated Soils. IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems. - 2017, Bucharest, Romania 333-338.

- [11] Rong Ren, Juanjuan Ma, Qiyun Cheng, Lijian Zheng, Xianghong Guo, Xihuan Sun. An Investigation into the Effects of Temperature Gradient on the Soil Water–Salt Transfer with Evaporation. *Water* 2017, 9, 456; 1-20 DOI:10.3390/w9070456
- [12] Anderson E.I. An analytical solution representing groundwater–surface water interaction // *Water Resource. Res.* – 2003. – Vol. 39, Issue 3. – P. 1071. – DOI:10.1029/2002WR001536
- [13] Ходжибаев Н.Н. Крупные ирригационные каналы как водонапорные системы и их влияние на мелиоративное состояние земель // Ташкентский международный симпозиум по гидрогеологии. М.: Недра. 1964.
- [14] Daliev, S., Karshiev D., Islamov Y. Mathematical modeling of salt concentration change process in two-layer aqueous media. *E3S Web of Conferences*. 2023, 401, 02009 DOI.ORG/10.1051/E3SCONF/202340102009
- [15] Daliev S., Ravshanov N. Numerical and mathematical modeling of changes in groundwater levels in two-layer media. *ICISCT 2022*, DOI: 10.1109/ICISCT55600.2022.10146793
- [16] Daliev Sh., Xudoyberdiyev S., Abdullayeva Z. Three-dimensional mathematical model of groundwater level and salt concentration changes in a single-layer media. *AIP Conference Proceedings*, 2024, 3045(1), 050014
- [17] Daliev Sh., Kurbonov N., Ibragimova K. Numerical modeling of groundwater level changes in multilayer media. *AIP Conference Proceedings*, 2024, 3045(1), 040025
- [18] Ravshanov N., Daliev Sh. 2020. *J. Materials Science and Engineering. Conf. Series* 896 (2020) 012047
- [19] Ravshanov N., Daliev Sh. 2020 *J. of Phys.: Conf. Series* 1441 012163
- [20] Daliev Sh. *International Journal of Advanced Science and Technology*, 29(7), P. 3366 - 3381. Retrieved from <http://sercs.org/journals/index.php/IJAST/article/view/21895>
- [21] Daliev Sh., Abdullaeva B., Kubyasev K. *Materials Science and Engineering. Conf. Series* 896 (2020) 012069
- [22] Ravshanov N., Daliev Sh. 2019. *Information technologies of modeling and management.* - Voronezh: Scientific book, - No. 2 (116). - P. 116-124.
- [23] Ravshanov N, Khurramov I and Aminov S M 2019 *J. of Phys.: Conf. Series* 1210 012118
- [24] Daliev Sh.K. Actual problems of mathematical modeling, computational mathematics and software engineering. Republican scientific conference. Karshi. – 79-82 pp.

Дата поступления
08.07.2024

Далиев Ш.К. Туз концентрацияси ва ер ости сувлари даражасини ўзгариши жараёнини тадқиқ қилиш.

Аннотация: Ер ости сувлари сатҳи ва улардаги туз концентрациясининг ўзгариши жараёнини ҳар томонлама ўрганиш учун чиқиқли бўлмаган филтрлаш тенгламалари асосида объектнинг асосий хусусиятларини тавсифловчи такомиллаштирилган математик модел ишлаб чиқилди. Олдинги тадқиқотлардан фарқли ўлароқ, тўғрироқ зичлиги ва фаол зоваклиги, учинчи турдаги очиқ чегара шароитлари каби муҳим параметрлар ҳисобга олинган. Муаммо эркин сиртга эга бўлган чиқиқли бўлмаган дифференциал тенгламалар билан ифодаланганлиги сабабли, уни аналитик ҳал қилиш мумкин эмас. Муаммони ҳал қилиш учун чекли фарқларни яқинлаштиришнинг юқори аниқлигига эга абсолют барқарор яширин схема, тўғридан-тўғри ва орқага суриш усуллари қўлланилди ва самарали рақамли алгоритм тақдим этилди.

Калим сўзлар: математик модел, сонли алгоритм, тупроқ, ер ости сувлари, туз концентрацияси, рақамли моделлаштириш.

Далиев Ш.К. Study of the process of changing salt concentration and groundwater level.

Annotation. For a comprehensive study of the process of changing the level of groundwater and the concentration of salts in them, an improved mathematical model has been developed based on nonlinear filtration equations, describing the main features of the object. Unlike previous studies, such important parameters as soil density and active porosity, open boundary conditions of the third kind were taken into account. Since the problem is presented by nonlinear differential equations with a free surface, its analytical solution is impossible. To solve the problem, an absolute stable implicit scheme with high accuracy of approximation by finite differences, direct and backward sweep methods were used, and an effective numerical algorithm was presented.

Keywords: mathematical model, numerical algorithm, soil, groundwater, salt concentration, numerical modeling.

УДК 697(075.8)

УПРОЩЕННЫЙ СПОСОБ РАСЧЕТА СОВРЕМЕННОГО ТЕПЛООБМЕННИКА, ПОДКЛЮЧЕННОГО К ОДНОТРУБНОЙ СЕТИ ОТОПЛЕНИЯ

Ширинов З.З.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева, Ташкент, Узбекистан
E-mail: ziyomatshirinov@umail.uz

Аннотация. На основе гипотезы, что теплоноситель течет по внешнему контуру многосекционного радиатора, а во внутренних вертикальных патрубках теплоноситель отстаивает, разработаны способы гидравлического и теплового расчета многосекционного радиатора. Для расчета распределения расходов по дугам и узловых давлений использовали квадратичный закон сопротивления и аналоги законов Кирхгофа. При описании изменения температуры по дугам с потоком теплоносителя использованы формула Шухова и результаты решения задачи теплопередачи из вертикальных промежуточных цилиндрических патрубков с внутренним покоящимся теплоносителем в внешней атмосфере. Для теплообменников с ограниченным числом секций получены и анализированы результаты численных расчетов, в частности, по потере напора и тепла в участке с теплообменником.

Ключевые слова: теплообменник, вертикальные и горизонтальные патрубки, переключки, магистраль, квадратичный закон сопротивления, аналоги законов Кирхгофа, формула Шухова, потеря напора и тепла.

Введение. Основным источником тепла для Земли является солнечная энергия. До верхних слоев атмосферы в среднем доходит 1.36 кВт/м^2 солнечной энергии. Существует слишком большая разница в мощности дошедшей до Земли солнечной энергии, а именно лучи, достигшие края светлой части Земли, проходят примерно в 50 больше оптической массы, чем лучи Солнца, которые достигают поверхности Земли перпендикулярно [1]. Такая разница в энергетике освещения Земли привела к образованию холодных (приполярных) и теплых (экваториальных) зон. Уклон оси вращения Земли относительно плоскости ее траектории приводят к годовым изменениям погодных условий. В связи с этим для создания комфортных условий где-то требуется отопление помещений, а где-то их охлаждение.

Земля является угасающей звездой. В связи с этим в центре Земли температура достаточно высокая. В тоже время на поверхности Земли температура грунта составляет $-60^\circ\text{C} \dots +60^\circ\text{C}$. Соответственно идет теплопередача от центра Земли в сторону ее поверхности. За исключением верхнего слоя Земли, который подвержен суточному и годовому изменению окружающей температуры, по радиусу Земли устанавливается конкретное поле температуры. В частности, для Средней Азии температурный градиент Земли составляет примерно $0.3\text{--}0.4^\circ\text{C/м}$.

Есть научные работы ученых из Ирана и Марракеша, которые предлагают использовать данную особенность грунта Земли [2-3]. Разработаны устройства обогрева, вентиляции и охлаждения помещений, которые практически работают под температурой определенной глубины грунта Земли. Начали использовать теплообменники земля-воздух в Марракеше – подземные воздушные туннели (ЕАНХ). ЕАНХ состоит из трех параллельных ПВХ-труб длиной 72 м каждая и внутреннего диаметра 15 см, погребенных на глубине 2.3-3.2 м. Каждая труба оснащена вентилятором, который нагнетает воздух в дом. Исследованы изменения температуры и влажности вокруг труб с использованием программного обеспечения TRNSYS (тип 460) в течении 38 суток. Установилась среднесуточная температура 22 °C на выходе ЕАНХ. Максимальная температура составила 19.8°C к 19-ти часам. Устройства работает с 45, 90 ваттными вентиляторами. Достигается значительное сокращение энергозатрат.

Другой оригинальный способ охлаждения помещений используют в Японии [5]. Здесь получают сжиженный газ с низкой температурой -130°C и под высоким давлением. Чтобы нагреть газ до 20°C сначала его пропускают через камеры, где собран отработавший резиновый материал. Под воздействием низкой температуры газа резина становится хрупкой, и ее измельчают до порошкообразного состояния. Далее газ поступают морозильники для хранения рыбы, холодильники, сети охлаждения помещений и т.д., постепенно нагреваясь, и только после всего этого его используют по назначению.

Эти и другие известные способы использования горячих и холодных рабочих агентов в процессе организации микроклимата являются результатом внедрения знаний и опытов поколений по направлению теории тепло- и массообмена. Теоретические основы этого направления включены в школьную программу. В ВТУЗах направление изучается по частям в различных предметах, в число которых входят термодинамика, теория тепломассообмена, теория теплопередачи, гидродинамика, тепло- и газоснабжение, вентиляция и другие [5–11]. Разработаны различные математические модели и способы решения задач теплопередачи [10–23]. В литературе можно встретить представление уравнений теплопередачи по закону Фика в Декартовых, цилиндрических, сферических и других ортогональных координатах. Только в теории теплопередачи существуют граничные условия четвертого рода.

Для больших интервалов изменения температуры и интенсивного потока тепла, например, образующихся в процессе сварочных работ или при использовании химических лазеров, разработана математическая модель теплопередачи с релаксацией [17, 25].

Также задачи усложняются за счет сопряженной с гидромеханикой, за счет сложных форм и композитной структуры теплообменника, а также за счет перехода к другому агрегатному состоянию рабочего агента [26].

В конечном итоге, можно заметить, что задачи теплопередачи достаточно разнообразные. Существуют источники, которые предназначены для инженерно-технического персонала или более глубокого изучения особенностей объекта на уровне современного состояния предметной области исследования.

Эти исследования продолжаются в частности, в направлениях ресурсо- и материалосбережения. С этой точки зрения интересны как задачи организации централизованной системы отопления больших населенных пунктов, так и задачи автономного отопления отдельных помещений и пользователей. Во втором случае, как показывает практика, КПД отопительных систем имеет существенно меньший показатель. В связи с этим становятся актуальными задачи организации сети отопления без использования нагнетателей. Для этой цели разрабатываются эффективные котельные устройства и сети теплоснабжения многоэтажных зданий, которым не нужны насосы.

Теоретическое обоснование работоспособности таких сетей требует проведения широкомасштабных исследований гидравлики и теплообменного процессов отопления. В связи с этим ниже предлагаются способы расчета тепло- и массообмена в теплообменниках, подключенных к однотрубной сети отопления. Предлагаются формулы для расчета перепадов давления и тепла рабочего агента (воды) при переходе через многосекционный радиатор, которые получены на основе гипотезы о том, что рабочий агент течет по крайним патрубкам теплообменника, а в промежуточных вертикальных патрубках отсутствует конвективный перенос. Выбраны эффективные значения коэффициентов теплоотдачи от жидкости к теплообменнику и от теплообменника в окружающую атмосферу.

Постановка задачи. На рис. 1 приведено схематическое представление участка однотрубной системы водяного отопления. Верхняя часть BB_1B_2CB – теплообменник, состоящий из восьми секций. Нижняя прямая представляет собой магистральный теплопроводник. Теплообменник подключен к магистрали входной перемычкой AB краном-регулятором и выходной перемычкой CD .

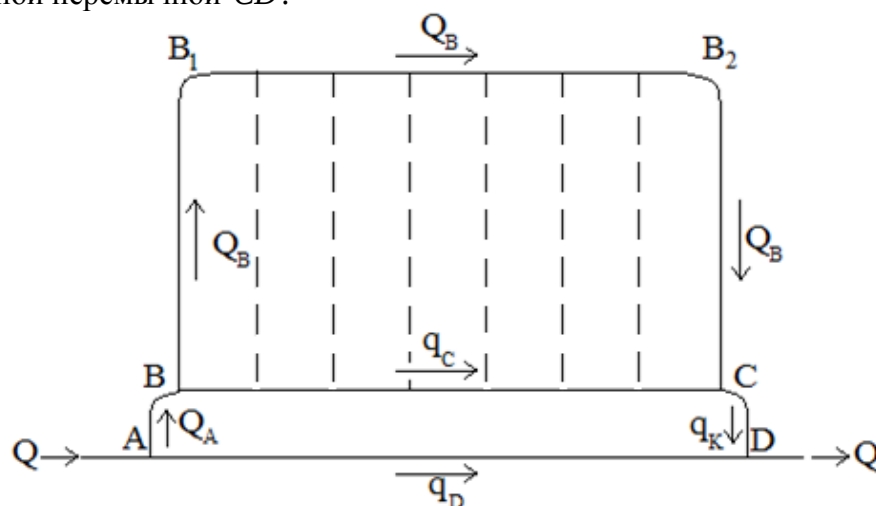


Рис. 1. Схематическое представление теплообменника, подключенного к однотрубной сети, использованное при математическом моделировании

Теплообменники собирают из однотипных секций с вертикальными патрубками с высотой h , внутренним и наружным диаметрами D_v и $D_v + 2\delta_v$ где δ_v – толщина верти-

кального патрубка. Горизонтальные патрубки секций имеют длину l_c , внутренний и внешний диаметры D_g и $D_g + 2\delta_g$. Если теплообменник имеет N секций, то общая длина теплообменника составляет $BC = B_1B_2 = Nl_c$ ($\approx AD$).

Магистральный теплопроводник характеризуется внутренним и наружным диаметрами D_m и $D_m + 2\delta_m$. Перемычки AB и CD характеризуются высотами h_p , диаметрами D_p и $D_p + 2\delta_p$. Чтобы выделить входную перемычку используем те же обозначения, но с верхней точкой: $\dot{h}_p$, $\dot{D}_p$ и $\dot{D}_p + 2\dot{\delta}_p$.

Процесс массопереноса происходит следующим образом.

Слева по магистрали поступает теплоноситель с расходом $Q = \pi D_m^2 w / 4$, где w – среднерасходная скорость. В точке A поток распределяется по дуге AB с расходом Q_A и по магистрали AD с расходом q_D . В сечении B поток распределяется по патрубкам BB_1 (с расходом Q_B) и BC (с расходом q_c). Согласно физическим явлениям теплоноситель по нескольким первым вертикальным патрубкам течет вверх, а по последним вертикальным патрубкам – вниз. В сечении C потоки по BC и B_2C объединяются в единый поток по CD , где расход составляет $q_K = Q_A$. Далее потоки по дугам CD и AD , объединяясь, вытекают из рассматриваемого участка с расходом Q . Т.е. потеря массы на участке – нулевая.

Процесс теплообмена с окружающей средой характеризуется температурой теплоносителя T_H и постоянной температурой окружающей среды T_{oc} . По пути перемещения теплоноситель теряет свое тепло. При слиянии потоков в сечениях C и D происходит перемешивание потоков с разной температурой, образуя общий расход и общую среднюю температуру.

Представляет практический интерес значения давления p_K и температуры теплоносителя T_K на выходе из участка с теплообменником.

Методы. При близких к атмосферному значениях давления интервал изменения плотности воды составляет $(0.95838 \dots 1.0000)$ кг/м³. К тому же, для описания процесса конвекции в патрубках теплообменника требуется решать трехмерные полные уравнения Навье-Стокса с достаточно высокой точностью. Но обращение к квазиодномерному способу описания тепломассообмена и некоторым допущениям облегчает процесс расчета теплообменника.

При разработке математической модели процесса теплообмена в рассматриваемой задаче воспользуемся следующими допущениями.

1. Плотность теплоносителя ρ постоянная.
2. Теплоноситель течет только по контуру теплообменника BB_1B_2CB , а в промежуточных вертикальных патрубках простаивает.
3. В уравнении перепада давления не учитывается изменение нивелирной высоты оси патрубков и используется квадратичный закон сопротивления.
4. Исходная температура теплоносителя в промежуточных вертикальных патрубках равна среднеарифметической температуре массы воды в теплообменнике.

Решением стационарной задачи о теплопередаче через цилиндрическую поверхность патрубка с третьего типа условий можно определить интенсивность теплоотдачи от промежуточных вертикальных патрубков.

Гидравлический расчет теплообменника. При таких допущениях перепад давления между сечениями 1 и 2 определяется по зависимости

$$p_1 - p_2 = \frac{\lambda \rho l}{2Df^2} Q^2,$$

где, кроме обычных, использовано обозначение $f = \pi D^2 / 4$ – площади поперечного сечения [12]. Коэффициент сопротивления трения вычисляли по формуле Шифринсона [12, 16]

$$\lambda = 0.11(k_s / D)^{0.25},$$

где k_s – эквивалентная шероховатость живого сечения теплопровода.

Основной проблемной теории потокораспределения [4, 12] является определение направления потока в дугах закольцованной сети. С принятием второго допущения мы исключили эту проблему. Но остальные задачи – определения дуговых расходов и узловые давления данной теории, остались. И решаем их мы на основе уравнений, составленных для двухконтурной сети трубопроводов.

Перепад давления в дуге AB составляет

$$p_H - p_B = \frac{\lambda_p \rho h_p}{2D_p f_p^2} Q_A^2 = K_A Q_A^2, \quad (1)$$

в дуге AD –

$$p_H - p_K = \frac{\lambda_m \rho l}{2D_m f_m^2} q_D^2 = K_D q_D^2, \quad (2)$$

в дуге BC –

$$p_B - p_C = \frac{\lambda_g \rho l}{2D_g f_g^2} q_C^2 = K_C q_C^2, \quad (3)$$

в верхней дуге BC –

$$p_B - p_C = \left(2 \frac{\lambda_v \rho h}{2D_v f_v^2} + \frac{\lambda_g \rho l}{2D_g f_g^2} \right) Q_B^2 = K_B Q_B^2, \quad (4)$$

в дуге CD –

$$p_C - p_K = \frac{\lambda_p \rho h_p}{2D_p f_p^2} q_K^2 = K_K q_K^2. \quad (5)$$

Составили пять уравнений второго порядка относительно неизвестных дуговых расходов, где неизвестные узловые давления фигурируют в первом порядке.

Для решения системы уравнения пользуемся равенством левых частей уравнений (3) и (4). Тогда уравнение (4) можно заменить зависимостью

$$K_C q_C^2 = K_B Q_B^2, \quad (6)$$

Также исключив левые части уравнений (1), (3), (5) и (2) путем алгебраического сложения, приходим к уравнению

$$K_A Q_A^2 + K_C q_C^2 + K_K q_K^2 = K_D q_D^2. \quad (7)$$

Эти два уравнения, при учете тождеств $q_D = Q - Q_A$, $q_C = Q_A - Q_B$, приводятся к замкнутой системы уравнений второго порядка

$$\begin{cases} K_C (Q_A - Q_B)^2 = K_B Q_B^2, \\ K_A Q_A^2 + K_C (Q_A - Q_B)^2 + K_K Q_A^2 = K_D (Q - Q_A)^2. \end{cases}$$

Учитывая, что составляющие уравнения имеют положительные значения, решили систему и получили формулы для дуговых расходов:

$$Q_A = q_K = \frac{\sqrt{K_D}}{\sqrt{K_A + K_K + \frac{K_C K_B}{(\sqrt{K_B} + \sqrt{K_C})^2} + \sqrt{K_D}}} Q = KQ, \quad Q_B = \frac{\sqrt{K_C}}{\sqrt{K_B} + \sqrt{K_C}} KQ,$$

$$q_C = Q_A - Q_B = \frac{\sqrt{K_B}}{\sqrt{K_B} + \sqrt{K_C}} KQ, \quad q_D = Q - Q_A = (1 - K)Q,$$

Тогда из (2) следует формула $p_H - p_K = K_D (1 - K)^2 Q^2$.

Также получены формулы $p_B = p_H - K_A K^2 Q^2$,

$$p_C = p_H - \left(K_A + \frac{K_C K_B}{(\sqrt{K_B} + \sqrt{K_C})^2} \right) K^2 Q^2.$$

Тепловой расчет участка с теплообменником. Тепловой расчет проводится согласно трем формулам, первые два из которых являются известными.

Первая из них формула Шухова [7]:

$$T_K = T_{oc} + (T_H - T_{oc}) \exp(-Shl).$$

В этой, полученной на основе квазиодномерного моделирования формуле T_K , T_H , T_{oc} – входная и выходная температура жидкости на участке с длиной l и температура окружающей среды;

$$Sh = \frac{k_{cp} \pi (D + 2\delta)}{\rho c_B D}$$

параметр (коэффициент Шухова); k_{cp} – среднее значение коэффициента теплоотдачи в системе рабочий агент – твердая стенка – окружающая среда; c_B – удельная теплоемкость рабочего агента; δ – толщина стенки трубопровода; $\pi(D + 2\delta)$ ($= \bar{f}_{or}$) – площадь наружной поверхности погонного метра трубопровода с учетом ребер.

Вторая формула представляет среднерасходную температуру T_{12} взаимно объединяющихся потоков:

$$T_{12} = \frac{T_1 Q_1 + T_2 Q_2}{Q_1 + Q_2},$$

где Q_1 , Q_2 – расходы взаимно объединяющихся потоков с исходной температурой T_1 и T_2 соответственно.

Третья формула получена автором и относится установившемуся решению уравнения

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right),$$

для которого начальным условием служит исходная температура жидкости $T_{жс}$.

Граничные условия данного уравнения

$$-\frac{\partial T(r_1, t)}{\partial r} = k_B (T_{жс} - T(r_1, t)),$$

$$-\frac{\partial T(r_2, t)}{\partial r} = k_y (T_{oc} - T(r_2, t))$$

описывают теплоотдачу покоящейся рабочей жидкости с температурой $T_{ж}$ на цилиндрическую стенку при $r = r_1$ и теплоотдачу от цилиндрической стенки на окружающую покоящуюся среду с температурой T_{oc} через наружную стенку $r = r_2$.

Постоянные $k_B = \alpha_B / \lambda_T$ и $k_H = \alpha_H / \lambda_T$ представляют коэффициенты теплоотдачи на границах $r = r_1$ и $r = r_2$; λ_T – коэффициент теплопроводности материала теплообменника.

Установившееся решение задачи получено в виде распределения температуры по толщине стенки трубопровода:

$$T(r) = \frac{r_2 k_H}{1 + r_2 k_H \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{r_2 k_H}{r_1 k_B}} (T_{oc} - T_{ж}) \ln \frac{r}{r_1} + \\ + \frac{1 + r_2 k_H \ln \frac{r_2}{r_1}}{1 + r_2 k_H \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{r_2 k_H}{r_1 k_B}} T_{ж} + \frac{r_2 k_H}{r_1 k_B \left(1 + r_2 k_H \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{r_2 k_H}{r_1 k_B} \right)} T_{oc}.$$

Как показала проверка данного решения и решений для других комбинаций граничных условий, только при использовании приведенных выше граничных условий третьего рода обеспечиваются ожидаемые соотношения для описываемого случая:

$$T_{oc} < T(r_2) < T(r_1) < T_{ж}.$$

То есть полученное решение позволяет определить значения $T(r_1)$, $T(r)$ и $T(r_2)$, а также поток тепла q_{y0} [Дж/м²/с] через погонный квадратный метр поверхности наружной цилиндрической границы:

$$q_{y0} = -\lambda_T \frac{dT(r_2)}{dr} = \alpha_H [T(r_2) - T_{oc}] = A_0 T_{oc} + B_0 T_{ж}.$$

Здесь

$$B_0 = \frac{\alpha_H}{1 + r_2 k_H \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{r_2 k_H}{r_1 k_B}}, \quad A_0 = -B_0.$$

С применением данных формул приступим к определению узловых температур сети.

1. Входная перемычка АВ. Здесь расход теплоносителя составляет Q_A , диаметры $\dot{D}_p$ и $\dot{D}_p + 2\dot{\delta}_p$. Температура на входе T_H .

Определим значение коэффициента Шухова: $Sh_p = \frac{k_{cp} \pi (\dot{D}_p + 2\dot{\delta}_p)}{\rho c_B Q_A}$. Тогда в конце входной перемычки температура теплового агента составляет:

$$T_B = T_{oc} + (T_H - T_{oc}) \exp(-Sh_p h_p).$$

2. Нижний горизонтальный патрубок ВС. Здесь входными данными являются q_C , D_g , $D_g + 2\delta_g$, T_B . В связи с этими данными определим

$$T_{C(B)} = T_{oc} + (T_B - T_{oc}) \exp(-Sh_{C(B)} l),$$

где $Sh_{C(B)} = \frac{k_{cp} \pi (D_g + 2\delta_g)}{\rho c_B q_C}$.

3. Верхняя дуга состоит из трех частей.

а) от B до B_1 входными данными являются Q_B , D_v , $D_v + 2\delta_v$, T_B , а параметр Шухова составляет $Sh_{BB_1} = \frac{k_{cp}\pi(D_v + 2\delta_v)}{\rho c_B Q_B}$. Поэтому на верхней точке левого патрубка температура рабочего агента составляет

$$T_{B_1} = T_{oc} + (T_B - T_{oc}) \exp(-Sh_{BB_1} h).$$

б) от сечения B_1 до сечения B_2 по верхнему горизонтальному патрубку расчет ведем по данным Q_B , D_g , $D_g + 2\delta_g$ и T_{B_1} :

$$T_{B_2} = T_{oc} + (T_{B_1} - T_{oc}) \exp(-Sh_{B_1 B_2} l),$$

где $Sh_{B_1 B_2} = \frac{k_{cp}\pi(D_g + 2\delta_g)}{\rho c_B Q_B}$.

в) от B_2 до C – правый вертикальный патрубок. Для его расчета данные составляют Q_B , D_v , $D_v + 2\delta_v$ и T_{B_2} . Поэтому

$$T_{CB} = T_{oc} + (T_{B_2} - T_{oc}) \exp(-Sh_{B_2 C} h),$$

где $Sh_{B_2 C} = \frac{k_{cp}\pi(D_v + 2\delta_v)}{\rho c_B Q_B}$.

4. Расчет температуры в сечении C . Здесь происходит объединение двух потоков, но также должны учитываться теплоотдачи от промежуточных вертикальных патрубков. В связи с этим рассмотрим баланс тепла в контуре $BB_1 B_2 CB$ в целом.

В этот контур поступает тепло с интенсивностью $\rho c_B Q_A T_B$ [Вт]. Часть $\rho c_B Q_B (T_B - T_{CB})$ его теряется по дуге $BB_1 B_2 C$. Другая часть $\rho c_B q_C (T_B - T_{C(B)})$ его теряется по дуге BC . Интенсивность потери тепла в промежуточных вертикальных патрубках теплообменника составляет $\pi(N-2)(D_v + 2\delta_v)h(A_0 T_{oc} + B_0 T_{ж})$. Остаточный поток тепла $\rho c_B Q_A T_C$ выносится к перемычке DC . С учетом этих факторов баланс тепла в контуре $BB_1 B_2 CB$ записывается в виде соотношения:

$$\begin{aligned} \rho c_B Q_A T_B &= \rho c_B Q_B (T_B - T_{CB}) + \rho c_B q_C (T_B - T_{C(B)}) + \\ &+ \pi(N-2)(D_v + 2\delta_v)h(A_0 T_{oc} + B_0 T_{ж}) + \rho c_B Q_A T_C. \end{aligned}$$

Здесь можно принять, что среднее значение температуры по объему жидкости V в теплообменнике составляет $T_{ж} = (T_B + T_C) / 2$.

После преобразований, находим

$$\begin{aligned} T_C &= \left[1 + \frac{0.5\pi(N-2)}{\rho c_B Q_A} (D_v + 2\delta_v) h B_0 \right]^{-1} \left[T_B - \frac{Q_B}{Q_A} (T_B - T_{CB}) - \right. \\ &\left. - \frac{q_C}{Q_A} (T_B - T_{C(B)}) - \frac{\pi(N-2)}{\rho c_B Q_A} (D_v + 2\delta_v) h (A_0 T_{oc} + 0.5 B_0 T_B) \right]. \end{aligned}$$

5. Конечная перемычка CD . На этом участке данные составляют Q_A , D_p , $D_p + 2\delta_p$ и T_C . Поэтому на выходе этого звена температура составляет

$$T_{D(C)} = T_{oc} + (T_C - T_{oc}) \exp(-Sh_p h_p),$$

$$\text{где } Sh_p = \frac{k_{cp} \pi (D_p + 2\delta_p)}{\rho c_B Q_A}.$$

6. Часть магистрального канала AD представлена данными $Q - Q_A$, D_m , $D_m + 2\delta_m$ и

$$T_H. \text{ Поэтому при } Sh_m = \frac{k\pi(D_m + 2\delta_m)}{\rho c_B Q_A} \text{ имеем}$$

$$T_{D(A)} = T_{oc} + (T_H - T_{oc}) \exp(-Sh_m l),$$

7. Температура на выходе из участка с теплообменником определяется как среднее значение температуры потоков Q_A и $(Q - Q_A)$:

$$T_K = \frac{Q_A T_{D(C)} + (Q - Q_A) T_{D(A)}}{Q},$$

где учитывали общий расход агента Q в участке с теплообменником.

Секундная общая потеря энергии в теплообменнике составляет

$$Q_{менл} = \rho c_B Q_A (T_H - T_K) [Bm].$$

Обсуждение результатов. В качестве базовой информации принимали следующие данные (вариант 0), которые дали более близкие экспериментальным данным результаты:

$l = 0.07 \text{ м}$, $h = 0.6 \text{ м}$, $\dot{h}_p = 0.15 \text{ м}$, $h_p = 0.15 \text{ м}$, $D_m = 0.03 \text{ м}$, $D_v = 0.01 \text{ м}$, $D_g = 0.03 \text{ м}$, $\dot{D}_p = 0.03 \text{ м}$, $D_p = 0.03 \text{ м}$, $\dot{D}_p = 0.03 \text{ м}$, $\delta_m = 0.005 \text{ м}$, $\delta_v = 0.12 \text{ м}$, $\delta_g = 0.03 \text{ м}$, $\dot{\delta}_g = 0.20 \text{ м}$, $\dot{\delta}_p = 0.05 \text{ м}$, $\delta_p = 0.05 \text{ м}$, $p_H = 110000.0 \text{ Па}$, $\rho = 1000.0 \text{ кг м}^{-3}$, $\lambda_m = 0.002$, $\lambda_v = 0.002$, $\lambda_g = 0.002$, $\dot{\lambda}_p = 0.002$, $\lambda_p = 0.002$, $c_B = 4190.0 \text{ Дж кг}^{-1} \text{ К}^{-1}$, $g = 9.8 \text{ м с}^{-2}$, $k_{cp} = 7.5 \text{ Вт м}^{-2} \text{ с}^{-1}$, $\lambda_T = 200 \text{ Вт м}^{-1} \text{ К}^{-1}$, $\alpha_B = 3500.0 \text{ Вт м}^{-2} \text{ К}^{-1}$, $\alpha_H = 17.0 \text{ Вт м}^{-2} \text{ К}^{-1}$, $T_{oc} = 293.15 \text{ К}$, $T_H = 343.15 \text{ К}$. Кроме того использовали значения комплексов

$$k_B = \frac{\alpha_B}{\lambda_T} [m^{-1}], \quad k_H = \frac{\alpha_H}{\lambda_T} [m^{-1}], \quad F_m = \frac{\pi D_m^2}{4} [m^2], \quad F_v = \frac{\pi D_v^2}{4} [m^2], \quad F_g = \frac{\pi D_g^2}{4} [m^2],$$

$$\dot{F}_p = \frac{\pi \dot{D}_p^2}{4} [m^2], \quad F_p = \frac{\pi D_p^2}{4} [m^2]. \text{ Средняя скорость теплоносителя на входе в магистраль}$$

составила $w = 0.4 \text{ м с}^{-1}$, а объемный расход жидкости – $Q = F_m w = 2.8274 \text{ л / с}$.

Дополнительные расчеты проводили с изменением значения отдельного показателя, когда остальные данные оставались как базовые. В качестве таких показателей приняты: для массового расхода – $Q = 1.4137 \text{ л / с}$ (вариант 1), для начальной температуры теплоносителя – $T_n = 323.15 \text{ К}$ (вариант 2), для температуры окружающей среды – $T_{oc} = 283.15 \text{ К}$ (вариант 3) и $T_{oc} = 303.15 \text{ К}$ (вариант 4), для коэффициента сопротивления – $\lambda = 0.005$ (вариант 5), для коэффициента теплоотдачи в участках с потоком – $k_{cp} = 17.5 \text{ Вт / м}^2 \text{ / с}$ и набора (вариант 6) $\alpha_B = 2500.0 \text{ Вт / м / К}$, $\alpha_H = 7.0 \text{ Вт / м / К}$ данных для варианта трехслойного теплообмена в вертикальных промежуточных патрубках (вариант 7), а также для толщины верхних горизонтальных патрубков – $\delta_{gv} = 0.10 \text{ м}$ (вариант 8).

Во всех вариантах расчеты проводили для количества секций N от 2 до 20. Сохраняли и печатали значения N , общую длину теплообменника (в метрах), расходы (в л/с): по

дуге AB (Q_A), по дугам BB_1 , B_1B_2 , B_2C (Q_B), по дуге CD (q_K), по дуге BC (q_C), а также по дуге AD (q_D). Далее сохраняли значения давления (в Па) в узлах A , B , в узле C , рассчитанные по верхней и средней дуге (p_C и p_{B12C}), а также в конечном узле D , рассчитанные по перемычке CD и нижней дуги AD . Сохраняли узловые значения T_B , T_C (конец средней дуги), T_{B1} , T_{B2} , T_{CB} (конец верхней дуги), T_{D-C} (конец выходной перемычки), T_{D-A} (конец нижней дуги) и T_K (на выходе участка с теплообменником). Этот список заканчивается на секундной потери тепловой энергии в участке с теплообменником $Q_{менл}$ (Bm). Повторные сохранения отдельных показателей связаны проверкой полученных результатов по предложенному алгоритму.

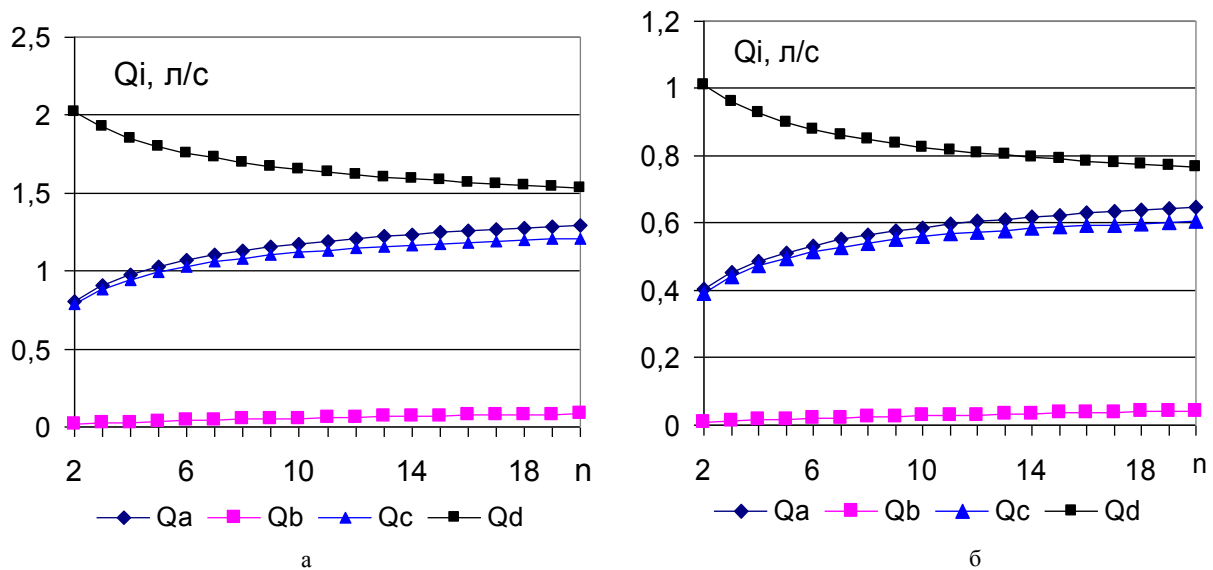


Рис. 2. Изменение расхода жидкости по дугам AB (Q_A), BB_1B_2C (Q_B), BC (q_C) и AD (q_D) в зависимости от числа секций: а – $Q = 2.8274 \text{ м}^3 \text{ с}^{-1}$ (варианты 0, 1-8), б – $Q = 1.4137 \text{ м}^3 \text{ с}^{-1}$ (вариант 1)

Из представленных вариантов расчета следовали два варианта гидродинамических показателей для фиксированного числа секций теплообменника: вариант 0 соответствовал базовым данным нашего расчета и вариант 1 – когда расход теплоносителя уменьшили в два раза (рис. 2). Остальные варианты расчетов повторяли результаты базового варианта 0 (рис. 2а), т.к. согласно модели, теплофизические показатели теплоносителя не влияют на гидродинамические показатели теплоносителя.

С увеличением числа секций расходы по дугам AB , BC и BB_1B_2C возрастают и характер их возрастания близок к экспоненциальному закону. Заметим, что расход по длинной дуге BB_1B_2C остается меньше, чем в других дугах. Это соответствует природе явления переноса, которая обусловлена аналогами законов Кирхгофа: по длинной и тонкой дуге расход будет меньше, чем по короткой и толстой дуге. В соответствии с этими данными по части магистрали расход теплоносителя уменьшается при увеличении числа секций.

На рис. 2б представлены эти же величины, когда общий расход теплоносителя уменьшали в два раза (вариант 1). Несмотря на то, что реализован квадратичный закон сопротивления, кривые расходов получились афинноподобными: на рис. 2б их ординаты два раза меньше (в рамках точности 0.0001 л/с) чем на рис. 2а.

Результаты расчетов узловых давлений (без учета изменения нивелирной высоты) также имели два варианта, которые отмечены выше. В варианте 0, при изменении N от двух до двадцати, перепад давления при переходе участка с теплообменником составлял от 0.38 до 2.20 Па, а в варианте 1 – от 0.10 до 0.55 Па. Здесь явно выражался квадратичный

закон сопротивления. Перепады давления были незначительные, поэтому не стали приводить их графики.

На рис. 3-4, относящиеся к узловым температурам теплоносителя, приведены значения температуры теплоносителя в узлах B (TB), B_1 ($TB1$), B_2 ($TB2$), C (TC) и D (TK). Кроме них, приведены значения температуры теплоносителя в подходе к сечению C по верхней дуге (TCB), в походе к сечению D по дуге CD (TD_C) и по магистрали (TD_A).

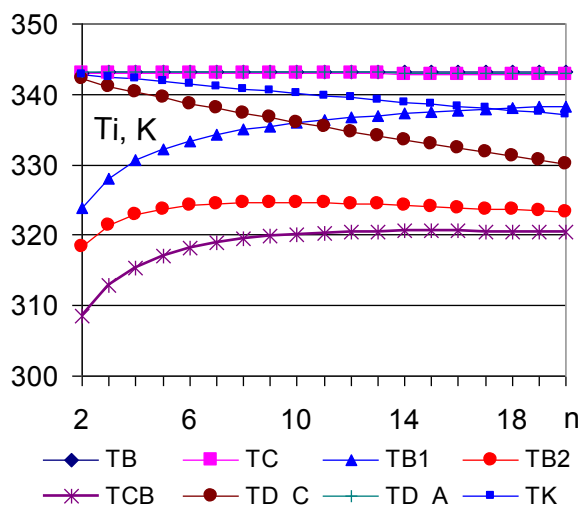


Рис. 3. Изменения температуры теплоносителя в узлах B (TB), B_1 ($TB1$), B_2 ($TB2$), C (TC) и D (TK), а также в подходах к узлам C и D
Вариант 0

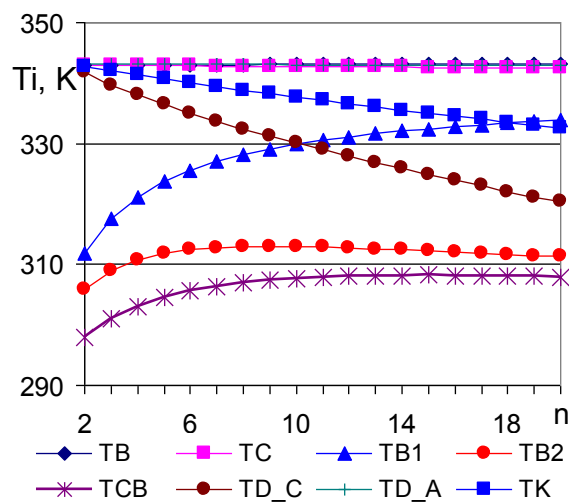


Рис. 4. Изменения температуры теплоносителя в узлах B (TB), B_1 ($TB1$), B_2 ($TB2$), C (TC) и D (TK), а также в подходах к узлам C и D
Вариант 1

После слияния потоков в сечениях C и D принимали среднюю по расходам температуру.

Верхние кривые TB , TC , TD_A , из-за малой их разности, представлены как единая кривая (рис. 3). Вторая, сверху убывающая кривая, относится к выходной температуре теплоносителя, которая служит мерой потери тепла в перемычках и самом теплообменнике. Следующая убывающая кривая – температура в конце перемычки CD . Первая сверху возрастающая кривая относится к сечению B_1 , вторая – к сечению B_2 . С увеличением количества секций по дуге BC температура возрастает, что обусловлено учетом изменения температуры в вертикальных промежуточных патрубках.

Температура теплоносителя на выходе при $Q = 2.8274 \text{ м}^3 \text{ с}^{-1}$ составляла 337.15 K , в тоже время при $Q = 1.4137 \text{ м}^3 \text{ с}^{-1}$ составляла 332.61 K (рис. 4). Т.е. при меньшей скорости потока теплоносителя убывание температуры теплоносителя будет значительной, чем при большей скорости потока. Это соответствуют характеру формулы Шухова, где в знаменателе аргумента экспоненциальной функции фигурирует объемный расход $Q = fw$ при поперечной площади трубопровода f и средней скорости w потока.

Графики узловых температур и в подходах к слиянию потоков получены для вариантов 2-7, которые аналогичны кривой на рис. 3. Сравнение большого количества показателей для девяти вариантов результатов достаточно трудоемко. Поэтому остановимся на отдельных показателях: на расходе теплоносителя Q_A , протекающего через теплообменник; на температуре T_K на выходе и участка с теплообменником и секундная потеря тепла на участке с теплообменником.

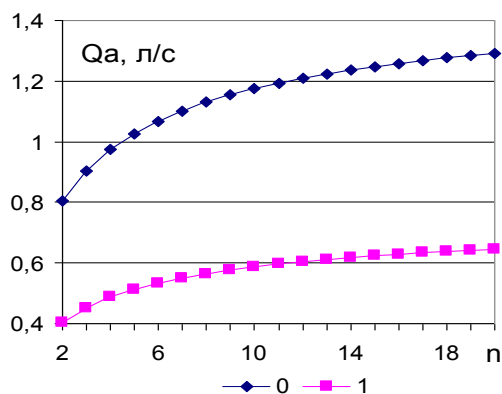


Рис. 5. Изменение расхода теплоносителя через теплообменник в зависимости от числа секций. Кривая 0 – варианты 0, 2-8; кривая 1 – вариант 1

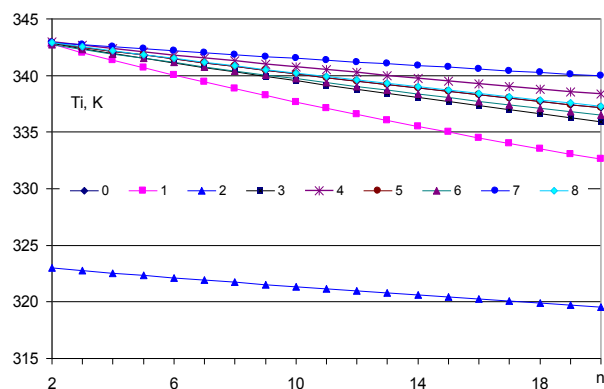


Рис. 6. Изменение выходной температуры теплоносителя в зависимости от количества секций при изменении отдельных исходных данных

Как показали результаты расчетов, с увеличением количества секций увеличивается расход теплоносителя через теплообменник в рассмотренных вариантах расчета (рис. 5).

На рис. 6 приведены значения выходной температуры T_K теплоносителя из области с теплообменником в зависимости от числа секций N в теплообменнике.

Верхняя кривая (7) относится к варианту уменьшения коэффициента теплоотдачи между агентом и телом теплообменника (от $\alpha_B = 3500.0$ до $\alpha_B = 3500.0 \text{ Вт м}^{-2} \text{ К}^{-1}$), а также между телом теплоносителя и окружающей атмосферой (от $\alpha_H = 17.0$ до $\alpha_H = 7.0 \text{ Вт м}^{-2} \text{ К}^{-1}$). Результат убывает от 342.88 К (при $N = 2$) до 339.96 К (при $N = 20$).

Вторая сверху, кривая 4, относится к случаю, когда температура окружающей атмосферы составляет $T_{oc} = 303.15 \text{ К}$. Поскольку разность между температурами контактирующих областей уменьшается, то убывание температуры теплоносителя незначительное.

Три варианта (базовый вариант расчета, вариант коэффициента сопротивления 0.005 и вариант изменения толщины стенки верхних горизонтальных патрубков от 0.2 м до 0.1 м) представлены практически совпадающей кривой. Ниже их расположились графики, когда k_{cp} принимали 17.5 (против $k_{cp} = 7.5$) $\text{Вт м}^{-2} \text{ с}^{-1}$ и когда температура окружающей среды составляла 383.15 К (против 393.15 К).

Двукратное уменьшение общего расхода потока привело к кривой 2. При уменьшении начальной температуры теплоносителя до 423.15 К (против 393.15 К) получилась кривая 2, которая ниже всех кривых для выходной температуры.

Все графики получились убывающими, притом убывание – практически линейное. Этим оправдывается инженерная практика расчета мощности теплоносителя по количеству секций (см. [27]).

Наименьшее убывание выходной температуры теплоносителя получили при уменьшении осредненного значения коэффициента теплоотдачи в формуле Шухова, а наибольшее убывание – при уменьшении расхода теплоносителя. Вообще в другом интервале получилось изменение температуры теплоносителя, который на входе имел на 10 градусов меньше температуры. Эти закономерности, в частности, определили характер изменения общей потери тепла в участке с теплообменником (рис. 7).

Заметим практически линейное возрастание объема отведенного тепла в зависимости от возрастания количества секций. Сверху вниз расположились кривые 3, 6, 0 (5), 8, 1, 4, 2 и 7. Список возглавляют вариант низкой температуры окружающей среды (кривая 3). Примечательно то, что после него следует вариант увеличения осредненного значения коэффициента теплоотдачи по периметру теплообменника.

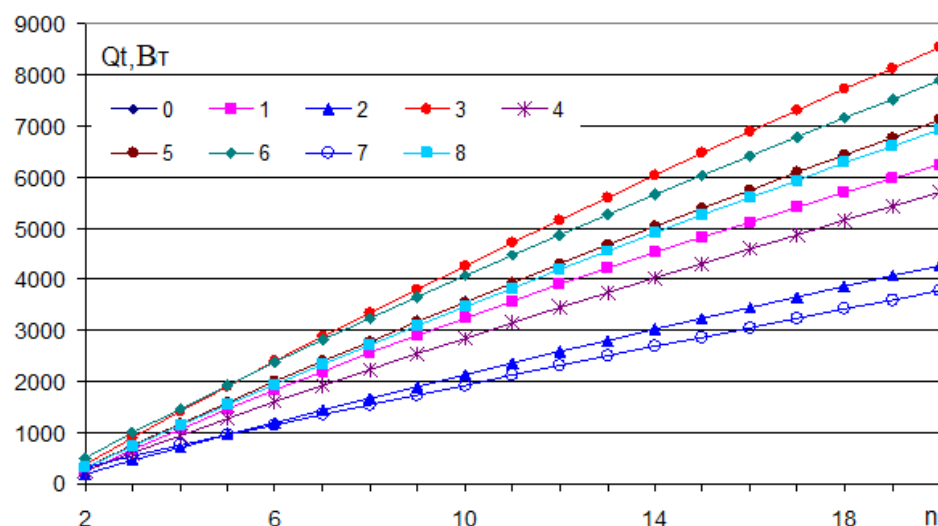


Рис. 7. Интенсивность тепловыделения Q (Вт) из участка с теплообменником в зависимости от числа секций

Несмотря на примененную гипотезу, выбранная база данных и полученные результаты адекватно описывают процессы тепло- и массообмена в многосекционных теплообменниках. Эта также подтверждается качественным совпадением результатов вычислительного эксперимента с данным [28]. Соответственно, предложенные математическая модель и алгоритм расчета можно использовать при гидравлическом и тепловом расчете одноконтурной сети отопления.

Заключение. Предложены упрощенная математическая модель и алгоритм гидравлического и теплового расчета участка однотрубной системы водяного отопления с теплообменником и перемычками. Объект моделировали как двухконтурную сеть. Верхний контур состоит из верхнего и нижнего горизонтальных патрубков, а также двух крайних вертикальных патрубков теплообменника. Течение теплоносителя происходит только по этому контуру. Нижний контур состоит из нижнего горизонтального патрубка теплоносителя, перемычек и части магистрали.

На основе аналогов первого и второго законов Кирхгофа определены узловые давления и дуговые расходы. Перепад температуры на дугах с потоком определен по формуле Шухова. Для теплового расчета промежуточных вертикальных патрубков использовали решение нестационарной задачи теплоотдачи от покоящейся жидкости к покоящейся окружающей атмосфере через цилиндрический канал.

Определено количество тепла, потерянное теплоносителем при переходе через рассмотренный участок и теплообменнике. Сформулирован базовый вариант исходных данных многофакторного объекта, который обеспечивает адекватный результат.

Проведен вычислительный эксперимент по проявлению параметров на тепломассообменном процессе. Результаты вычислительного эксперимента показали соответствия их с природой объекта исследования.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Матвеев Л.Т. Курс общей метеорологии. Физика атмосферы (2-е изд.). Ленинград. Гидрометеиздат, 1984, – 751 с.
- [2] Mohamed Kh., Brahim B., Karim L., Hassan H., Pierri H., Amin B. Experimental and numerical study of an earth-to-air heat exchanger for buildings air refreshment in Marrakech / Proceedings of BS2015: 14th Conference of International Building Performance Simulation Association, Hyderabad, India, Dec. 7-9, 2015. – P. 2230-2236.
- [3] Fazlikhani Faezeh, Goudarzi Hossein, Solgi Ebrahim. Numerical analysis of the efficiency of earth to air heat exchange systems in cold and hot-arid climates // Energy conversion and management. 2017, No.5, Vol: 148, pp. 78-89.
- [4] Тихомиров К.В., Сергеев Э.С. Теплотехника, теплогазоснабжение и вентиляция: 4-е изд., перераб. и доп. Москва. Стройиздат, 1991, – 480 с.
- [5] Иссерлин А.С. Основы сжигания газового топлива: Справочное пособие. 2-е изд., перераб. и доп. Ленинград. Недра, 1987, – 336 с.
- [6] Юдаев Б.Н. Теплопередача. Учебное пособие для вузов. Москва. Высшая школа, 1973, – 360 с.
- [7] Кортаев Ю.П., Ширковский А.И. Добыча, транспорт и подземное хранение газа. Москва. Недра, 1997, – 487 с.

- [8] Тихомиров К.В., Сергеев Э.С. Теплотехника, тепло-газоснабжение и вентиляция. Москва. Стройиздат, 1991, -480с.
- [9] Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукодел А.С. Теплопередача. Москва, 1987, – 420 с.
- [10] Исаев С.И., Кожин И.А. и др. Теория теплообмена. Под ред. А.И.Леонтьева, Москва. Высшая школа, 1979, – 495 с.
- [11] Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. Москва. Дрофа, 2003, – 842 с.
- [12] Миркин А.З., Усина В.В. Трубопроводные системы. Москва. Химия, 1991, – 256 с.
- [13] Новоселов В.Ф. и др. Типовые расчеты при проектировании и эксплуатации газопроводов. Москва. Недра, 1982, – 136 с.
- [14] Чарный И.А. Неуставившееся движение реальной жидкости в трубах. Изд. 2-е. Москва. Недра, 1975, – 296 с.
- [15] Селезнев В.Е. Алеши В.В., Прялов С.Н. Современные компьютерные тренажеры в трубопроводном транспорте. Математические методы моделирования и практическое применение. Под ред. В.Е.Селезнева. Москва. МАКС Пресс, 2007, – 200 с.
- [16] Садуллаев Р. и др. Расчет магистрального газопровода с учетом рельефа местности // Газовая промышленность. 2003, № 8, С.58-59.
- [17] Цой П.В. Системные методы расчета краевых задач теплообмена... / 3-е изд., перераб. и доп. Москва. Издательство МЭИ, 2005, – 568 с.
- [18] Павлов А.Р., Матвеев М.В. Итерационная разностная схема для задачи теплообмена при промерзании грунтов // Вестник СамГУ. Естественнонаучная серия. 2007, №6(56), – С. 242-253.
- [19] Рахимов А.Х., Хужаев И.К. Уточнение формул Шухова и Адамова для закачивающей скважины // Вестник ТашГТУ. 2006, № 2. – С. 9-15.
- [20] Nespoli L. Analysis of heat and moisture transfer in building components by conjugate modeling / Dissertation thesis: Milano, 2012-2013. P. 1-83.
- [21] Tarzia D.A. Determination of one unknown thermal coefficient through the one-phase fractional Lamé-Clapeyron-Stefan problem // Applied Mathematics, Scientific research publishing. 2015, No.6, pp. 2182-2191.
- [22] Yang Chen, Qie Sun, Ronald Wennersten. Heat transfer characteristics of water during flow boiling in a vertical rectangular mini-channel / The 6th International Conference on Applied Energy – ICAE2014, Energy procedia 61 (2014). P. 109-112.
- [23] Парпиев А.П., Мардонов Б.М., Усманкулов А.К. Тепло- и массообменные процессы в хлопке-сырце и его компонентах. Ташкент. Фан ва технология, 2013, – 219 с.
- [24] Равианов Н., Хужаев Ж.И. Трёхмерная задача теплообмена в массе хлопка-сырца с учётом тепловыделения и теплообмена с окружающей средой // ДАН РУз: Математика, технические науки, естествознание. 2013, №3, С. 42-45.
- [25] Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. Москва. Едиториал УРСС, 2003, – 784 с.
- [26] Afolabi T. J., Agarry S.E. Mathematical Modeling and Simulation of the Mass and Heat Transfer of Batch Convective Air Drying of Tropical Fruits // Chemical and Process Engineering Research. ISSN 2224-7467 (Paper) ISSN 2225-0913 (Online). 2014, Vol.23, pp. 9-19.
- [27] Покотилов В.В. Системы водяного отопления. Вена. HERZ Armaturen, 2008, – 159 с.
- [28] Жумаев Ж., Хамидов О.М., Широков З.З., Усмонова Г.М. Экспериментальное исследование эффективности отопительной системы с новым водогрейным котлом (КУОВ) / Халқаро «Инновацион ва замонавий ахборот технологиялари таълим, фан ва бошқарув соҳаларида қўллаш истиқболлари» илмий-амалий онлайн конференция материаллари: Самарканд, 2020 йил 14-15 май. 153-156 Б.

Дата поступления
15.07.2024

Широков З.З. Бир қувурли тармоққа уланган замонавий иссиқлик алмаштиргични ҳисоблашнинг соддалиштирилган усули

Аннотация: Иссиқлик ташувчи суюқлик қўп секцияли радиаторнинг ташқи контури бўйлаб оқиб ва оралиқ вертикал қувурларда туриб қолиши фарази доирасида қўп секцияли радиаторнинг гидравлик ва иссиқлик ҳисоби усуллари ишлаб чиқилган. Ёйлар бўйича сарфларнинг тақсимланиши ва тугунлардаги босимларни аниқлаш учун қаршиликнинг квадратик қонунидан ва Кирхгоф қонунлари аналогларидан фойдаланилган. Иссиқлик ташувчининг оқиш ҳолида ҳароратининг йўл-йўлакай ўзгаришини ифодалаш учун Шухов формуласидан ва оралиқ вертикал цилиндр қувурларда оқмайдиغان суюқликдан ташқи муҳитга иссиқлик узатилиши масаласининг ечимидан фойдаланилди. Секциялари сонли чекли бўлган иссиқлик алмаштиргичли қисмлар учун хусусий ҳолларда напор ва иссиқлик йўқотишига доир сонли натижалар олинган ва таҳлил этилган.

Ключевые слова: иссиқлик алмаштиргич, вертикал ва горизонтал қувурлар, улагичлар, магистраль, қаршиликнинг квадратик қонуни, Кирхгоф қонунларининг аналоглари, Шухов формуласи, напор ва иссиқлик йўқотиши.

Shirinov Z.Z. A simplified method for calculation of a modern heat exchanger connected to a single-pipe heating network

Abstract: Based on the hypothesis that the coolant flows along the outer contour of a multi-section radiator, and the coolant settles in the internal vertical pipes, the methods of hydraulic and thermal calculation of a multi-section radiator have been developed. To calculate the distribution of flow rates along arcs and nodal pressures, the quadratic law of resistance and analogs of Kirchhoff's laws were used. When describing the change in temperature along arcs with the coolant flow, the Shukhov formula and the results of solving the problem of heat transfer from vertical intermediate cylindrical pipes with an internal resting coolant to the external atmosphere were used. For heat exchangers with a limited number of sections, the results of numerical calculations were obtained and analyzed, in particular, on the loss of pressure and heat in the section with the heat exchanger.

Keywords: heat exchanger, vertical and horizontal pipes, jumpers, main line, quadratic law of resistance, analogs of Kirchhoff's laws, Shukhov's formula, loss of pressure and heat.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УРОВНЯ ПРОЧНОСТИ И АНАЛИЗ ВЕРОЯТНОСТИ ПОВРЕЖДЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ЗДАНИЙ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ СЛУЧАЙНОГО ВЗРЫВА

Маматкулов А.А.¹, Кодиров А.А.², Махмудов Н.А.², Курбанбаев М.Ш.^{2,4},
Турсунов К.М.³

¹Ответственный сотрудник МВД Республики Узбекистан, г. Ташкент, Узбекистан

²Академия Вооружённых Сил Республики Узбекистан, Ташкент, Узбекистан

³Военный институт информационно-коммуникационных технологий и связи Министерства обороны
Республики Узбекистан, Ташкент, Узбекистан

⁴Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз,
Ташкент, Узбекистан

E-mail: kurbanbayev93@bk.ru

Аннотация: В данной статье приведены сведения о математическом расчете воздействия нелинейных динамических напряжений, возникающих при взрыве, на конструктивные элементы здания. Внесены изменения в формулу корреляции коэффициента K_i , определяющего уровень структурной поврежденности объектов, от повреждений, вызванных внешним взрывом, очагом взрыва r_i , массой заряда взрывчатого вещества m_i и ударной волной взрыв в воздухе. В результате была разработана математическая модель разрушения конструктивных элементов старых кирпичных сооружений после простых взрывов и сопоставлена с книгами практических расчетов. Приведены сведения о разрушении конструктивных элементов зданий под воздействием ударных волн при случайных взрывах. Наряду с этим изображается график зависимости вероятности безопасности от характеристики безопасности.

Ключевые слова: взрыв, заряд взрывчатого вещества, ударная волна, взрывостойкость, конструкция, элементы конструкции, воздействие, конструкция, вероятность безопасности, взрыв, характеристика безопасности, конструкция, долговечность.

Введение. Одной из наиболее актуальных проблем является оценка устойчивости элементов конструкции (зданий) к динамическим нагрузкам, которые они могут получить в результате взрывов. Одним из способов эффективного решения этих задач является математическое моделирование, заключающееся в определении степени повреждения и деформации элементов конструкций под воздействием взрыва и волнового воздействия. При решении задачи в большинстве случаев в качестве средства воздействия принимается цилиндрический стальной и железобетонный барьер У8. При феноменологическом методе разрушения бетонной преграды этот макрохарактеристический процесс заключается в определении их взаимных критических значений, исходя из критерия прочности напряжения и деформации. В настоящее время имеется достаточное количество научных работ по композиционным материалам, керамическим и металлическим (одно- и многослойным) твердым телам, готовятся небольшие модели структурных конструкций различной рельефной и геометрической формы. Однако точные математические показатели разрушения железобетонных элементов конструкций (сооружений, зданий и т.п.) с помощью ударного устройства из твердых тел (математические расчеты силы удара, которую необходимо оказать на несущие стены конструкции в результате Взрыв заряда взрывчатого вещества массой m) остается проблематичным.

Научные исследования показывают, что в случае, когда факторы, воздействующие на элементы конструкции (здания), основаны на неполных статистических расчетных книгах, масса заряда взрывчатого вещества m , характер его взрыва и внешнего воздействия, т.е. при его расположении в на открытом пространстве или внутри закрытой конструкции, насколько важна информация о расстоянии между точкой взрыва и центром тяжести.

Фактически давления в несколько десятков МПа достаточно, чтобы изменить прочностные свойства (структуру) элементов конструкции. При воздействии любой нелинейной случайной динамической силы конструкция (сооружение) рассматривается как целостная система с учетом разрушения ее элементов или других внешних воздействий [1,2].

Определение условий разрушения соединяемых частей элементов конструкций под действием силы взрывного удара является одной из научно-технических задач. Например, к системе безопасности отнесены проектно-критичные элементы взрывозащищенных инженерных сооружений (зданий). Склады боеприпасов и их списанные части и хакозо. Нелинейный динамический эффект, вызываемый детонационным ударом, при научном изучении ударной волны проблема концептуализируется в виде двух условно взаимосвязанных форм, а именно внутренней детонации и внешней детонации.

Проблема внешнего взрыва - подчеркивается, что распределение силы взрыва зависит от геометрического и энергетического воздействия источника взрывчатого вещества. Внутренняя имплозия — гораздо более сложный процесс, чем внешняя имплозия. При внутренних взрывах в большинстве случаев динамическая сила нагрузки деформирует элементы конструкции, приближаясь к реальной (реальной) взрывной нагрузке. Анализ литературы показывает, что вопросы внешней и внутренней патернализации, даже если рассматривать их вместе, многочисленны и недостаточно изучены. Из содержания и характера внешних и внутренних взрывов видно, что эти два вопроса не связаны друг с другом с конкретно-научной точки зрения. Зарубежные ученые, совместно изучавшие вопросы внешнего и внутреннего взрыва, В.Н. Антухова, А.В. Герасимова, Т.М. Саломехина, Г.Т. Володина и другие. Практически все упомянутые выше научные работы основаны на методе расчета энергии на основе экспериментальных результатов.

Взрыв – это превращение значительного количества тепла в кинетическую энергию и изменение физических и химических свойств веществ за короткий промежуток времени. Причины взрыва могут быть разными, технологически случайными, например, в результате смешения воздуха и газа, или заранее спланированными военными (инженерами, промышленными предприятиями, террористами и т.п.). В зависимости от характеристик источников взрывы могут быть химическими или физическими. Физические взрывы основаны на сжатии газов или двухфазных жидких систем без отвода тепла. Химические взрывы возникают в результате реакции одного или нескольких химических веществ.

Распространение взрыва (ударной волны) в основном делится на 3 части (зоны) (рис. 1):
- исходная зональная (негорючая) смесь U ; - зона реакции R ; - пожарная зона P_r

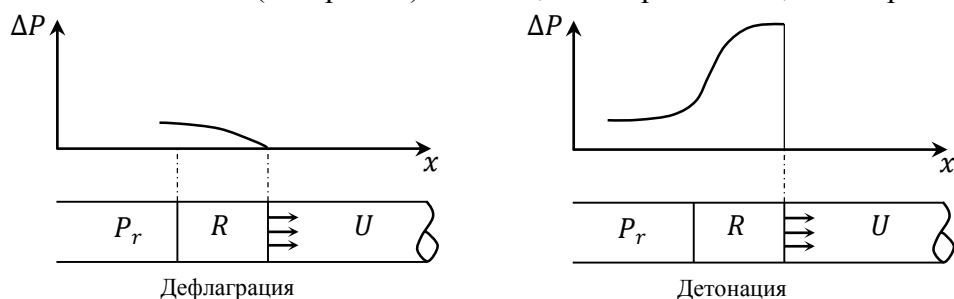


Рис. 1. Схемы распределения давления

Методы. Важно определить аналитическую формулу или эмпирические связи для оценки уровня поврежденности элементов конструкции (здания). В качестве примера при сносе зданий или промышленных сооружений из жженого кирпича можно использовать следующую формулу [3]:

$$r_i = \frac{K_i m_i^{1/3}}{\left[1 + \left(\frac{3180}{m_i}\right)^2\right]^{1/6}} \quad (1)$$

где, r_i – длина центра взрыва, м; m_i – масса заряда, кг; K_i – коэффициент, определяющий степень ущерба от воздействия воздушного взрыва; i – набор натуральных чисел (1, 2, 3, ... n).

Если $K = 3,8$ то здание будет повреждено полностью, если $K = 5,6$ то здание будет повреждено на 50%, если $K = 9,6$ то здание может прийти в негодность, при этом мы можем наблюдать, что степень повреждения меняется в зависимости от значения K увеличивается или уменьшается.

Эту формулу можно рассматривать как математическую модель разрушения элементов конструкции в результате простейших взрывов. Совместимость динамической нелинейной ударной волны, возникающей в результате внешнего взрыва, с эмпирическими и теоретическими расчетами может стать поводом для научных исследований по решению задач с достаточно точной вероятностью. Из формулы следует, что длина центра взрыва прямо пропорциональна коэффициенту K и обратно пропорциональна степени разрушения элементов конструкции (здания), что доказано по результатам практических работ [4,5].

Чем меньше абсолютное значение коэффициента K , тем ближе к объекту (сооружению, зданию или его базовому элементу) находится заряд взрывчатого вещества (или другое взрывное устройство). Другими словами, длина центра взрыва мала. В противном случае, то есть если значение коэффициента K увеличится, r предоставит статистическую информацию о расстоянии центра взрыва от объекта. Эксперименты (практическая работа) проводились с целью научного изучения степени зависимости параметров взрыва (m_i , K_i , P) конструкции здания из жженого кирпича в смысле проверки близости математической модели элементов конструкции здания предназначено для практики. Результаты эксперимента представлены в таблице 1 [6].

Таблица 1

№	m_i (кг)	K_i	P (МПа)	r_i (м)	Техническое состояние объекта
1.	30	3.8	10	2.42	здание будет полностью разрушено
2.	30.3	5.6	5	3.56	50 % здания будет разрушено
3.	30.5	9.6	3	6.10	здание приходит в негодность
4.	32	28	2	18.39	внутренняя часть здания повреждена меньше
5.	35	56	1	39.07	Здание разрушено на 10% (будет разрушено)

По результатам эксперимента можно сделать вывод, что разрушение элементов конструкций от воздействия взрыва в основном зависит от 3-х свойств, что отражено в таблице 1:

- увеличение массы заряда взрывчатое вещество вызывает увеличение динамических напряжений. В результате взрыва образуется ударная волна, ее интенсивность возрастает;
- в результате увеличения абсолютного значения коэффициента K_i центр взрыва r_i удаляется от объекта, что подтверждается математическими расчетами;
- после того, как предложенная математическая формула (1) сделана нами удобной для расчета, даже если величина заряда взрывчатое вещество m_i увеличится, за счет удаленности центра взрыва от воздействия конструкции из жженого кирпича (это пригоден также и для других существующих строительных материалов, т. е. сохраняется его универсальность), в нашей практической научной работе подтверждено меньшее повреждение элементов конструкции (конструкции).

Результаты и обсуждение. С другой стороны, в отмеченных научных работах возможности, ресурсы и конструкция элементов зданий, которые должны быть разрушены в результате внешних и внутренних взрывов, сосредоточены или мало изучены с точки зрения инженерной диагностики. Однако в научных исследованиях зарубежных исследователей О.Дитлевсина, К.Карилла, Р.Раквица, А. М. Фреудентала, Л. Ламберсона и других были сформулированы необходимые представления о теории надежности строительных материалов. Для определения вероятности взрывостойкости строительных материалов прежде всего определяют зависимость от размеров и геометрической формы конструкции[7-9].

Исходя из этого, пределы конструкции можно записать в виде следующего графика функции:

$$g = g(x_1; x_2 \dots x_n) \quad (2)$$

Здесь $g(x_1; x_2 \dots x_n)$ – функция, представляющая работоспособность (разрушающую способность взрывной энергии). Внезапный выход из строя конструкции строительных материалов в определенный период времени задается простыми функциями вероятности, все достоверные показатели удовлетворяют требованиям законов нормального распределения. По этой причине вероятность внезапного выхода из строя строительных материалов (в результате взрыва) элементов конструкции может быть рассчитана с вероятностью внезапного выхода из строя элементов объекта в теории надежности. В общем случае вероятность внезапного разрушения строительных конструкций определяется параметром P_f , который, в свою очередь, является случайной величиной и выражается с помощью многомерного интеграла.

$$P_f\{g(x_1; x_2 \dots x_n) < 0\} = \int_{D_n} \dots \int f(x_1; x_2 \dots x_n) dx_1 \dots dx_n \quad (3)$$

В этом случае в поле D_n все случайные величины с выполнением граничного условия $g=0$, g равны $(x_1; x_2 \dots x_n)$, n – в общем случае вероятность внезапного разрушения конструкций определяется параметром P_f , который, в свою очередь, выражается как случайная величина с помощью многомерного интеграла.

В этом случае все случайные величины с граничным условием $g=0$ в поле $X - D_n$ равны $(x_1; x_2 \dots x_n)$, состояние разрушения внезапной конструкции в n – мерной плоскости равно $f(x_1; x_2 \dots x_n)$ – совместная плотность всех случайных величин.

Если разделить все расчеты конструкции здания на две группы, то в первую группу входят свойства и эффекты его возведения, а вторую группу, выражающую внешние воздействия, можно рассчитать с помощью следующего неравенства, определяющего математическое выражение устойчивости конструкции к внезапному разрушению.

$$g(x_1; x_2 \dots x_n) = R(x_1; x_2 \dots x_n) - Q(x_{n+1}, x_{n+2} \dots x_n) < 0 \quad (4)$$

или

$$g=R-Q < 0 \quad (5)$$

в котором действует добротность нагрузки;

Эффект R -нагрузки — это несущая способность на единицу величины Q .

В целом предполагается, что несущая способность и эффект нагрузки являются случайными функциями времени, а в задачах о взрыве R и Q считаются случайными величинами. В свою очередь вероятность реализации внезапного отказа конструкции (отказа) на практике находится по следующему выражению.

Вот практическое значение явления. Распределение прочности по плотности

$$P_t=P_2\{g = R - Q < 0\}=\int_{-\infty}^0 f_g(g)dg \quad (6)$$

В этом случае применяется явление $P_r(A)$ -А.

$f_g(g)$ – представляет собой распределение резерва (предполагается неиспользованный ресурс) по плотности выносливости.

$$f_g(g) = \int_{-\infty}^{\infty} f_R(g + Q)f_Q(Q)dQ \quad (7)$$

где f_R – плотность распределения несущей способности R . f_Q распределение плотности эффекта нагрузки Q . Резкий разрыв конструкции с вышеуказанной формулой (отказ)

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} f_Q(Q)F_R(Q)dQ \quad (8)$$

или

$$P_f = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} f_R(R)F_Q(R)dR \quad (9)$$

Здесь F_R – функция распределения несущей способности.

F_Q – функция распределения эффекта нагрузки.

В желаемом законе распределения математическое ожидание R и Q равно m_R , а стандартное отклонение резервного сопротивления S_R равно

$$m_g = m_R - m_Q \quad S_Q = \sqrt{R_R^2 + S_Q^2} \quad (10)$$

$$\beta = \frac{m_g}{S_g} = \frac{m_R - m_Q}{\sqrt{S_R^2 + S_Q^2}} - \text{это называется характеристикой безопасности отношения [3].}$$

Геометрическое представление внезапного разрушения конструкции. Нормальное распределение Гаусса соответствует пунктирной части кривой, а оставшаяся часть, представляющая большую поверхность, представляет собой распределение плотности запаса конструкции на рисунке 2.

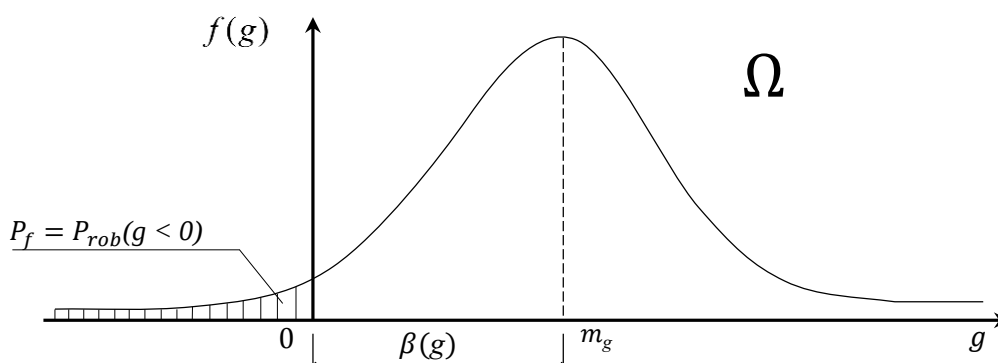


Рисунок 2. Функция распределения Гаусса плотности застройки

В таблице 2 представлено теоретическое объяснение взаимосвязи между интерпретацией безопасности строительства и вероятностью внезапного разрушения конструкции. Полученные научные результаты представлены в таблице 2. Проиллюстрируем этот граф связей на рисунке 3.

Таблице 2.

№	β характеристика безопасности	P_f -вероятность безопасности	№	β характеристика безопасности	P_f -вероятность безопасности
1	0,50	0,6	5	2,50	0,96
2	1,00	0,4	6	3,00	0,98
3	1,50	0,3	7	3,50	0,99
4	2,00	0,2	8	4,00	1,00

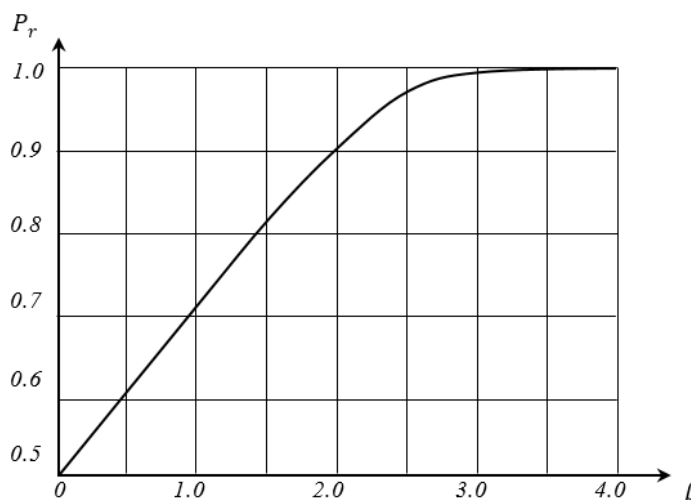


Рис. 3. График зависимости характеристики безопасности β от вероятности безопасности P_r

Заключение.

1. В заключение в статье теоретически исследовано воздействие внешних взрывов на конструктивные элементы зданий и сооружений. Внезапное разрушение элементов конструкции под воздействием нелинейных ударных волн, возникающих в результате взрыва, анализировалось в соответствии с положениями теории надежности материала.

2. Также в статье определено теоретическое распределение (кривая Гаусса) поврежденных и запасных частей элементов конструкции, вызванных взрывом. Самое главное, что безопасная строительная характеристика (опасное место) зданий и сооружений при внешнем взрыве и вероятность неразрушения (долговечности) сооружений определялись с использованием надежных и высокоточных книг учета строительных конструкций В.В. Болотина[7].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Райзер В.Д. Расчет и номирование надежности строительных конструкций. Москва: Стройиздат, 1995-348 с.
- [2] Толов Н.Н. и др. Динамический расчет железобетонных конструкций. Москва: Стройиздат, 1994.
- [3] Мкртычев О.В. Надежность многоэлементных стержневых систем инженерных конструкций. Дисс. д-р тех.наук: Московский государственный строительный университет. Москва: 2000-324 с.
- [4] Usarov, M.K., Usarov, D.M., Isaev, G.U., Kurbanbaev, M.Sh., Yuldoshev, B., (2023). Estimation of seismic resistance of multi-story buildings in the framework of the bimoment theory using the plate model, E3s Web of Conferences, 402, 07017, <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202340207017>
- [5] G.I. Mamatisaev, D.K. Shamsiev, Sh.I. Askarhodjaev, M.Sh. Kurbanbaev, J.A. Yarashov, (2023). To the solution of the problem of longitudinal vibrations of multi-storey buildings on the basis of the plate model E3S Web of Conferences 402, 07018, <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202340207018>
- [6] Usarov M. K., Usarov D. M., Isayev G. U., Usanov F. A. «Ko'ngdalang tebranishlardagi ko'p qavatli binolarni seysmik mustahkamlikka plastinasimon inshootlarning bimomentli nazariyasiga asoslangan holda dinamik hisoblash», DGU 30900.
- [7] Болотин В.В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений – М: Стройиздат – 351с.
- [8] Белов Н.Н. и др. Расчет железобетонных конструкций на взрывные и ударные нагрузки. Нортнэмптон -Томск, 2004 – 465 с.
- [9] Белов Н.Н., Югов Н.Т. и др. Расчет прочности сталебетонных колоны на взрывные и ударные нагрузки. Вестник ТАСУ “2, 2007. С-132-138.

Дата поступления

15.07.2024

Маматкулов А.А., Кодиров А.А., Махмудов Н.А., Курбанбаев М.Ш., Турсунов Қ.М. Тасодикий портлаш таъсирида иншоот конструкция элементларининг мустаҳкамлик даражаси ва бузилиш эҳтимолий таҳлилини математик моделлаштириш

Аннотация. Ушбу мақолада, портлаш таъсирида ҳосил бўлган нозичиқли динамик кучланишларни, иншоот конструкция элементларига таъсирининг математик ҳисоби тўғрисида маълумотлар берилган. Таъқи портлаш оқибатида вужудга келадиган бузилишларнинг, портлаш маркази r_i , портловчи модда зарядининг массаси m_i ва ҳаводаги портлашнинг тўлқин зарбидан, объектларнинг конструкция бузилиш даражасини белгиловчи K_i коэффициентининг ўзаро боғланиш формуласига ўзгартиришлар киритилди. Натижада тузилган иншоотларни оддий портлашлардан кейин конструкциявий элементлари бузилишини математик модели ишлаб чиқилди ва амалий ҳисоб китоблар билан таққосланди. Тасодикий портлашларда зарба тўлқинлари таъсирида иншоотлар конструкция элементларининг бузилиш ҳақида маълумотлар келтирилган. Шу билан биргаликда хавфсизлик эҳтимоли ва хавфсизлик характеристикаси орасидаги боғлиқлик графиги тасвирланган.

Калит сўзлари: портлаш, портловчи модда заряди, тўлқин зарби, портлашга бардошлилик, конструкция, иншоот элементлари, зарба, иншоот, хавфсизлик эҳтимоли, портлаш, хавфсизлик характеристикаси, конструкция, чидамлилиқ.

Mamatkulov A.A., Kodirov A.A., Makhmudov N.A., Kurbanbaev M.Sh., Tursunov K.M. Mathematical modeling of the strength level and analysis of the probability of damage to building structure elements under the influence of an accidental explosion

Abstract: This article provides information on the mathematical calculation of the impact of nonlinear dynamic stresses arising during an explosion on the structural elements of a building. Changes have been made to the correlation formula for the coefficient K_i , which determines the level of structural damage to objects, from damage caused by an external explosion, the source of the explosion r_i , the mass of the explosive charge m_i and the shock wave of the explosion in the air. As a result, a mathematical model of the destruction of structural elements of old brick structures after simple explosions was developed and compared with books of practical calculations. Information is provided on the destruction of structural elements of buildings under the influence of shock waves during accidental explosions. Along with this, a graph of the dependence of the probability of safety on the safety characteristic is depicted.

Key words: explosion, explosive charge, shock wave, explosion resistance, design, structural elements, impact, design, safety probability, explosion, safety characteristic, design, durability.

ON LIQUEFACTION OF WATER SATURATED LOESS SOILS AT STRONG SEISMIC INFLUENCE

Rasulov R.H. Tashxodjayev A.U.

Tashkent University of Architecture and Civil Engineering, Tashkent, Uzbekistan

Email: rustamrasulov1213@gmail.ru

Abstract: The report is dedicated to the question of breaching the steadiness of aqueous less structure soils and its changes into the liquefaction condition at the strong seismic influences. Basic conditions of physic - mechanical theory about the dynamical branches of aqueous less structure are provided into the basis the change of resistibility displacements at the intensive vibration is given. The formula for determination of quantities of dynamical pressure and connectedness soils taking into account duration of dynamical influence.

Keywords: soil, strength characteristics, liquefaction, seismic acceleration, critical acceleration, shear stress, angle of internal friction, adhesion forces, dynamic pressure.

Introduction. The development and improvement of methods of dynamic liquefaction of water-saturated sandy soils were carried out by Japanese [1-3], Russian [4-10], USA [11-15], Uzbek [16-20] etc. However, they did not consider the issue of dynamic liquefaction of cohesive soils, which sharply differ in properties from sand, which was the object of research of the author and his students. The report focuses on changes in the cohesive of the soil and the dynamic pressure that contributes to the duration of the soil.

Infringement of stability of the water-saturated less thickness and transition in a diluted condition at seismic influence occurs not far in all cases and to a different degree of intensity. It is possible to believe, that the significant role thus is played with intensity of the strong seismic influence. On the other hand, important value has also a natural status of density-humidity soils.

The degree of infringement of structure water-saturated less soils and transition in a diluted status at fluctuation, and from here their dynamic mode is defined by influence only some part of the seismic loading enclosed to them. It is estimated by the quantity of the maximal seismic acceleration peculiar to fluctuation arising at it a_s .

Having designated actively operating part of acceleration of fluctuations through (a_a) we can write down:

$$a_a = a_s - a_t \quad (1)$$

where a_t - threshold acceleration as some limited acceleration which is absorbed inside of soil thickness by forces of resistance operating in it and first of all as has shown the analysis, forces of cohesion (c_w) and internal friction (φ_w) [17].

Provided that the quantity of threshold acceleration can be considered as some acceleration at which the structure of the water-saturated loess is not broken.

Hence, at all values of seismic accelerations it is less (a_t) resistance to shift of the water-saturated loess soil (τ') It is defined on expression:

$$\tau' = \sigma_{din} \operatorname{tg} \varphi_w + c_w, \quad (2)$$

where (σ_{din}) - dynamic normal pressure from weight of the soil laying above considered horizon and weight of constructions; (φ_w) - a corner internal friction at humidity «w»; c_w - the general cohesion of a soil at humidity «w».

Obviously, the higher the quantity of threshold acceleration (a_t) the smaller on quantity the acceleration a_a , defining the dynamic mode of soil thickness.

Threshold acceleration is functionally connected with solid characteristics of soils. [16]:

$$a_t = \mu' (\sigma_{din} \operatorname{tg} \varphi + c_w), \quad (3)$$

where μ' - parameter connected with property and a condition soil, and also a character of a dynamic mode.

According to the expression (3) the quantity of (a_t) seismic conditions can change due to partial, or full decrease in those or other parameters, such as a normal pressure (σ), a corner of internal friction (φ_w) and the general cohesion (c_w). It results, with other things being equal according to expression (1), to increase in time of value of an active part of acceleration a_a .

Thus, disclosing of the nature of infringement of structure lassie water-saturated soils is reduced to revealing parameters of resistance changing in dynamic conditions to their shift (φ_w , c_w).

Resistances to shift - these basic solid parameters of resistance soils to external forces, are variables depending on pressure and conditions in points of contact of the particles, resisting to shift.

Research method. The problem on resistance to shift is the most complex in case of coherent soils, differing from inconsistent (sand, etc.) that particles of these soils are connected among themselves plastic and partially rigid (cement - crystal) by connections, thus resistance to their shift (durability) basically will be defined by their connectivity (forces of cohesion).

The analysis of numerous natural cases of loss of stability with transition in diluted condition similar soils at strong earthquakes and the given experimental researches have allowed Rasulov H.Z. to develop the physical theory about dynamic infringement of structure water-saturated less soils [17]. In a basis of these theory possible variants of change in dynamic conditions of parameters of resistance coherent soils to shift in a following kind are put:

1. At ($\alpha_c < \alpha_t$) the soil keeps the structure and change of resistance to shift it is defined by the account only the inertial forces caused by fluctuations of system of the bases-constructions, that is characteristic to cases of concussion dense soils at influence concerning weak earthquakes.

2. At ($\alpha_c > \alpha_t$) the structure of a soil collapses also resistance to shift it is defined in view of the variable intense condition of environment, and also parameters of durability of a soil changing in these conditions, that is characteristic to cases of fluctuations of weak soils at influence of intensive seismic loadings.

It is known, that owing to repeated and repeated action of seismic loading in a soil there is an effect of temporary unloading and at loadings which leads to short-term and periodic change of the intense condition, which in final result is connected with a change of resistance to shift.

This change with reference to dense and dry soils can affect first of all on change of forces of internal friction operating in a soil. The last can be observed and in plastic soils also due to change of the density connected with unloading and possible increase in humidity of soils, that, naturally, conducts to downturn of quantity of true corners of internal friction φ_w and cohesive c_w breeds and, as consequence - to falling their resistance to shift, or on the contrary.

The increase (or reduction) resistibility to shift of a soil in the above-named conditions should contact two factors:

1) factor - with increase (or downturn) forces of internal friction operating in a soil with reference to a new condition of its loads at constant value of a true corner of internal friction of the soil ad equating to its initial condition on density-humidity;

2) factor - with additional condensation a soil under influence of loading and corresponding increase (or decrease) quantity: φ_w, c_w .

Forces of internal friction in considered conditions increase in a soil (or decrease) practically simultaneously after the appendix to a soil of additional loading (is conditional-instant reaction).

Experience shows, that all coherent soils differ ability at unloading to keep to some extent the density reached at preceded higher loading. It is distinctly shown in experiences on a compression, spent in consecutive cycles of loading and unloading. Finally the branch of unloading usually lays down below a branch of loads, and thus at the same loadings density of breed, - was in the beginning under higher loading and then tested some unloading, happens in all cases of higher. However in different breeds character of display of this process appears far unequal.

From here the conclusion follows, that the quantity of an increment or easing of resistance to shift of coherent soils at the same values of change of loading $\pm \Delta_p$ turns out considerably below in conditions of unloading ($-\Delta_p$) in comparison with quantity in conditions loading ($+\Delta_p$). However, the effect loading too is less essential in view of short duration of action of seismic loading.

This circumstance enables at the decision of the questions connected with clay soils, to ignore in increase (or downturn) resistance to shift of value of change of density-humidity of a soil under loading and to carry it only due to the loading (concept about threshold acceleration).

The circumstance specified above causes, at an estimation of prospective influence on a degree of stability of coherent soils of additional inertial loading $\pm \Delta_p$ to use already expression:

$$\tau_c = (\sigma \pm \Delta\sigma)tg\varphi_w + c_w \quad (4)$$

Passing to the second to item{point} we shall note, that the seismic influences enclosed to humidified coherent soils, are perceived first of all by internal communications operating in them (c_w) - While internal forces are not overcome by operating{working} shifting seismic pressure, the coherent soil will behave as a kwazisolid body possessing only elastic forces of coupling.

Under forces of coupling in this, as well as others, cases meant resistance of structural connection to any moving particles connected by them, irrespective of quantity of external pressure.

At excess of the seismic power influence expressed in the form of acceleration (α_c) of threshold value (defined with the account of change of pressure inside of the shaking environment owing to changeability of external loading), peculiar to data to a soil and caused by its structural durability, these connections can appear broken. The opportunity and a degree of infringement of connections of a soil are caused by this or that intensity of an operating active part of acceleration (α_a) and with reference to the water-saturated losses duration (t) fluctuations.

Conditions and character of infringement of these connections can be explained to the following.

During earthquake on soil thickness take place various seismic longitudinal both cross-section deep and superficial waves which, extending in firm, liquid and gaseous phases, cause pressure compression-stretching and shift. Thus alongside with elastic deformations on occasion observe destruction of structure and irreversible deformations of a soil.

It is considered, that at action of shifting seismic loading destruction of structural connections (viscoplastic and rigid) will simultaneously go. However thus special value is given to connectivity (c_w) a soil and to change of its durability caused.

Water environments on a surface of the particles giving to them corresponding friability. Presence of water environments on particles, as is known, is connected with the electric charges acting on surfaces of particles.

One of substantive provisions of the theory starts with change during concussions of durability of connections soil, this or that water environment depending on thickness. It is supposed, that the last occurs due to change of thickness of the water environments, accompanied by infringement of orientation of molecules in colloid-seen environments of a soil and transition to the connected water in free in these conditions. Finally it leads to infringement of structure of a soil and an opportunity of its condensation. However, noted process becomes complicated occurrence in these conditions of hydro dynamical effect at condensation of the broken connections of particles.

In conditions of full water-saturation of thickness condensation of particles can occur only in case of outflow from thickness of some superfluous for a new condition of its density of volume of the water filling times in a soil that can lead to formation of a filtration stream, to the certain gradient of a pressure. Last is supported arising at concussion in soil thicknesses by superfluous pressure (dynamic pressures), increasing on depth (z) and in time (t).

Thus, in conditions of easing of connectivity and an opportunity of condensation in soil thickness it appears operating antipreasure, weighing particles of a soil. This circumstance promotes the most intensive easing of connectivity of the soil, remained not broken {disturbed} on this or that reason. Easies or completely contacts between particles that leads to braking of purchase of new internal connection disappear. All weight of the soil, deprived connections can get properties of a liquid that is observed on occasion in experiments of liquefaction.

In summary it is possible to believe, that in conditions of concussions in a cohesive soil there are rather complex phenomena which to be a subject to complex consideration at their quantitative forecast. Generally afore-mentioned is connected with falling durability soils during vibration. From here there was a necessity of the account of decrease {reduction} in durability (resistance to shift) such soils with reference to some set time defined by duration of possible seismic influence under which action can develop process of easing of connectivity (c_w) and progressive increase dynamic pressure (h).

It enables to present quantity of resistibility of the water-saturated less soils to shift in seismic conditions in the form of:

$$\tau_c = [(\sigma \pm \Delta\sigma) - \gamma_w h_t] t g \varphi_w + c_{w,t}, \quad (5)$$

where φ_w - the angle of internal friction of the soil at humidity w ; h_t - the dynamic pressure arising at opportunities of condensation of the particles deprived to connectivity and increasing on depth (z) in time (t); $c_{w,t}$ - the cohesive (coupling) of soil ad equating to the moment of time t .

According to expression (5) decrease in resistance to shift liquefaction of the water-saturated losses at seismic influences testifies easing in time of connectivity (c_w) and strained conditions (σ soil at a constant true corner of internal friction φ_w)

For definition of change of a dynamic pressure (h) depending on duration of fluctuation (t) dependence of a kind is offered

$$h(z,t) = \frac{v_0}{k_f} \left(H_z - \frac{z^2}{2} \right) (e^{-\mu} - e^{\lambda}). \quad (6)$$

And for cohesion (connectivity) in these conditions:

$$c_w(t) = c_w(k) + [c_w(n) - c_w(k)] e^{-\mu}. \quad (7)$$

In expressions (6) and (7): v_0 - speed of condensation of the soil, defined experiment in the form of $\frac{dn}{dt}$; n - soil porosity; k_f - coefficient of filtrations; H - thickness of a layer; z - depth of considered horizon; μ - parameters of a soil defined by practical consideration; $c_w(n)$, $c_w(k)$ initial and final values of connectivity of a soil.

Research and discussion. As an example, the results of experimental studies are illustrated below to identify the role of factors affecting the liquefaction of water-saturated loess soils under the influence of oscillatory movements with different intensities on them.

The change in the density of the soil in the process of fluctuations, exceeding its critical value, is seen from Fig. 1., where the result of the study with sandy loam soil was sanctified.

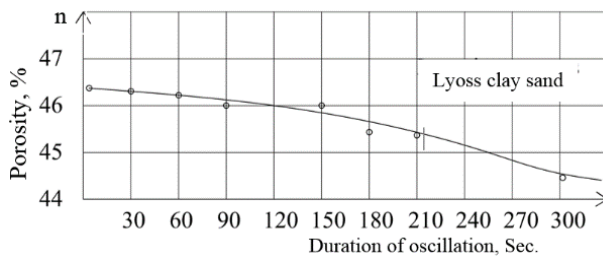


Fig. 1. Change in porosity by oscillation

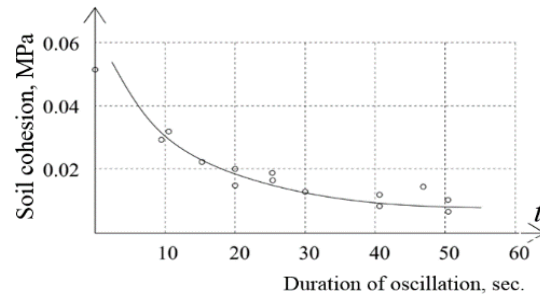


Fig. 2. Change in the coherence of loess soil loam during acceleration $\alpha_c = 2500 \text{ mm/s}^2$

As noted above, the process of compaction of the soil during shaking is accompanied by a simultaneous decrease in the plastic connectivity of the soil, which can be seen from Fig. 2 and 3.

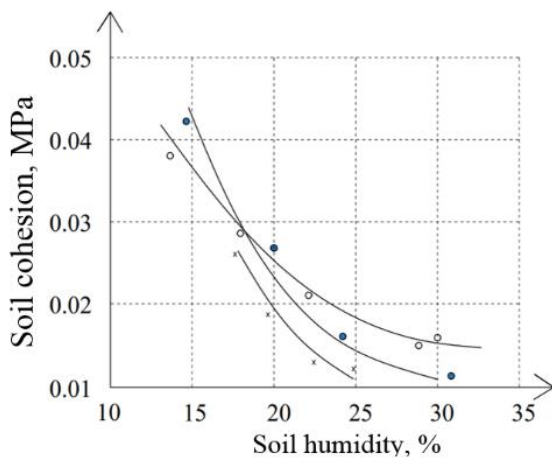


Fig. 3. Change in the cohesion of the rock (broken structure) depending on the soil moisture in intensity $\alpha_c = 1600 \text{ mm/s}^2$

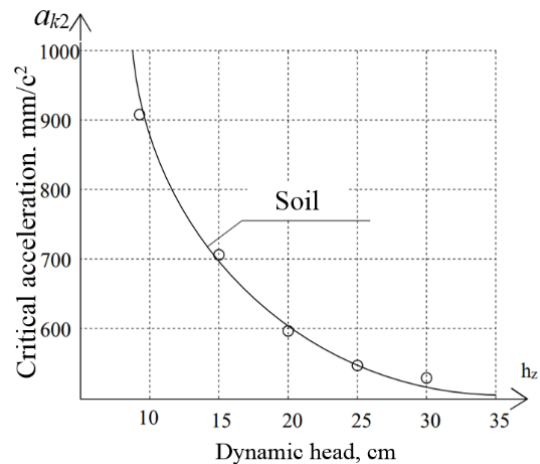


Fig. 4. Dependence of critical acceleration on dynamic pressure

In accordance with the above, any decrease in the cohesive of the soil and the beginning of compaction of the thickness takes place when the intensity of the affecting vibration exceeds the value of the critical (threshold) acceleration characteristic of this soil due to natural strength determined by the state of density and humidity of a particular soil.

Under the conditions under consideration, a dynamic pressure arises in the water located in the soil thickness, weighing the soil particles that are subject to compaction and ultimately leading to the liquefaction and spreading of the soil as a result of weight loss due to the impact of the pressure.

In turn, the dynamic pressure gradually reduces the critical acceleration, which indicates that more and more horizons of the thickness are covered during the oscillation (Fig. 4.).

The change in the dynamic pressure over the depth of the thickness and over time is illustrated in fig. 5 and 6.

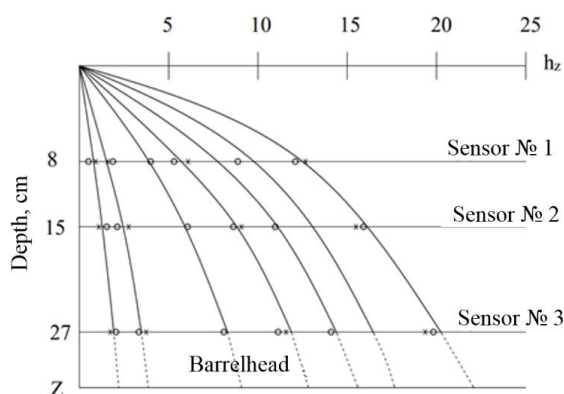


Fig. 5. The nature of the distribution of the dynamic pressure through the soil thickness according to the readings of pressure sensors installed at different depths

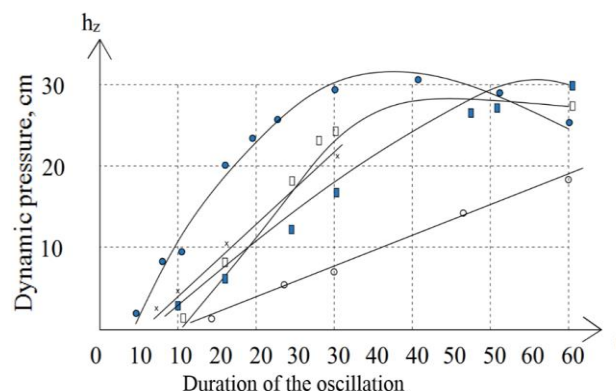


Fig. 6. Change in dynamic pressure during oscillation

Conclusion. 1. The process of liquefaction of cohesive soils is accompanied by complex physical and chemical phenomena caused by a gradual change in the connectivity of the soil, compaction of destroyed particles, the presence of a filtration flow and the effect of back pressure, etc.

2. The decrease in soil cohesive and its transition to a liquefied state generally depends on the state of humidity, water-colloidal minerals, gradual composition, the content of various salts, as well as on the intensity and nature (in frequency and amplitude) of the dynamic load applied to the soil.

3. The rate of transition of the soil to the liquefied state is determined by the change cohesive of a soil and the intensity of the shaking.

5. The determination of the values of soil cohesion and dynamic pressure is important in assessing the state of soil liquefaction in the body of dams constructed from clay soils in seismic areas.

REFERENCES

- [1] Jwasaki T, Tokido K, Tatsuura T and s.o. Microzonation for Soil Liquefaction Potential using Simplified Methods. //Proc. of the 3-rd International Conference on Microzonation, Vol 3,1982. –P.43-46.
- [2] Kokusho T, Aoyagi T. In city soil specify nonlinear properties back-calculated from vertical array record during 1995. // Kobe Earthquake Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 2005.-P.473-480.
- [3] Okamura M, Abdoum T.H, Dobry R a.s. Effects of sand permeability and weak aftershocks on Earthquake – induced lateral spreading. //Soils and Foundations, Vol. 41, 2001, N6. – P.166-169.
- [4] Бороzeneц Л.М. Зависимость значений угла внутреннего трения от изменения главных напряжений и перемещений при сдвиге грунта // Сб. матер. Международной научно-практической конференции «Геотехника-99». -Пенза: РНКТМГ,1999. –С.136-139.
- [5] Вознесенский Е.А., Фуникова В.В. и др. Основные факторы динамической устойчивости песчаных грунтов. // Журнал «Геоэкология», 2004 -№4. –С. 215-226с.

- [6] Григорян А.А. Просадка лессовых грунтов под гидродинамическим давлением. // Журнал «Основания, фундаменты и механика грунтов». –М.: 1988 - №4. – С.55-59.
- [7] Красников Н.Д. Сейсмостойкость гидротехнических сооружений из грунтовых материалов. - М.: Энергоиздат, 1981. -230 с.
- [8] Кушнарева Е.С., Вознесенский Е.А., Сидорова А.И. Сравнительная характеристика сейсмической разжижаемости песков о. Сахалин по данным статического зондирования и лабораторных динамических испытаний. // Труды III-го Центрально-Азиатского Международного геотехнического симпозиума. Душанбе, 2005. –С. 85-88.
- [9] Осипов В.И. Структурные связи как основа оценки физико-механических свойств глинистых пород. //Материалы сов. «Совершенствование методов лабораторных исследований грунтов при инженерных изысканиях для строительства». -М.: Стройизыскания, 1987. – С.80-86.
- [10] Труды Межд. Конф. «Научные и прикладные основы решения актуальных проблем сейсмологии, посвященной 40-летию Института Сейсмологии им. Г.А.Мавлянова (10-12 ноября 2006). – Ташкент, 2006.
- [11] Seed H.B, Wong R.T, Idriss J. M. Module and damping factors for dynamic analyses of cohesionless soils Journal of Geotechnical Engineering. ASCE, Vol. 112 1986, N11. –P.1016-1032.
- [12] Youd T.L. Idriss J.M. Ground motion and soil liquefaction during Earthquakes. //Earthquake Engineering Research Institute, 1982.-41p.
- [13] Bazant Z. Effects of vibrations on sand and the measurement of dynamic properties. //Proc. 6-th International Conf. of Soil Mechanics and Found. Engineering. -Monreal, 1975. –P. 111-114.
- [14] Cheung Y.K., Lee P.K., Xie K.X. Some remarks on two three dimensional consolidation analysis of sand–drained ground. //Computer and Geotechnics, Elsevier science Publishes LTD. -England, 1991. -220 p.
- [15] Условия образования оползневых процессов при землетрясениях. // Материалы Международной конференции «Проблемы оценки сейсмической опасности и снижения последствий землетрясений». – Ташкент: Институт Сейсмологии АН РУз., 2008. – С.240-242р.
- [16] Rasulov R.Kh. Seismic subsidence deformation of moisturized loess //J. “European Science Review”, March-April, 1016. – P.290-292.
- [17] Расулов Х.З. Сейсмопрочность и сейсмопросадка лессовых грунтов.- Ташкент: Изд-во «Фан» Академии наук Республики Узбекистан, 2020. – 335с.
- [18] Rasulov H., Rasulov R. Increment of seismicity of the building area depending on soil conditions. // Extended Abstracts of the 15th Asian Regional Conference on soil mechanics and Geotechnical Engineering. –Japanese Geotechnical Society, 2015. – P.88.
- [19] Articbayev D., Rasulov H., Baibolov K. Influence of Soil Density and Moisture on Seismic Stability of Slope Structures. International Journal of Engineering Research and Technology. ISSN 0974-3154, Volume 12, Number 8 (2019), pp. 1259-1262.
- [20] Джураев А. Влияние просадочности лессовых грунтов территории г.Ташкента на сейсмический эффект при Ташкентском землетрясении 1966г. // Материалы конференции «Научные и прикладные основы решения актуальных проблем сейсмологии». –Ташкент: 2006. -С.282-285.

Дата поступления
12.02.2024

Расулов Р.Х., Таиходжаев А.У. О разжижении водонасыщенных лёссовых грунтов при сильных сейсмических воздействиях

Аннотация. Статья посвящена вопросу потери устойчивости грунтов с нарушенной структурой и перехода их в состояние разжижения при сильных сейсмических воздействиях. В основу исследования приняты основные положения физико-механической теории о динамическом поведении лессовой структуры грунта при ее водонасыщении, в которой приведены изменения сопротивлений смещению при интенсивной вибрации. Представлено выражение для определения величин динамического давления и связности грунтов с учетом продолжительности динамического воздействия.

Ключевые слова: грунт, прочностные характеристики, разжижение, сейсмическое ускорение, критическое ускорение, касательное напряжение, угол внутреннего трения, силы сцепления, динамическое давление.

Расулов Р.Х., Таиходжаев А.У. Сувга тўйинган лёсс грунтларнинг кучли сеймик таъсирларда куйқаланиши

Аннотация. Мақолада кучли сеймик таъсирларда структураси бузилган грунтларнинг устуворлигини йўқолиши ва уларни куйқаланиш ҳолатига ўтиши масалалари кўрилган. Тадқиқотлар асосида сувга тўйинган лёсс грунтларнинг динамик ҳолати назариясида асосий физик-механик қоидалар қабул қилинган ва интенсив вибрацияда кўчишига қаршилигини ўзгариши келтирилган. Динамик таъсирлар давомийлигини ҳисобга олган ҳолда грунтларнинг динамик босими ва илаиши миқдори аниқлаш учун ифода тақлиф этилган.

Калит сўзлар: грунт, мустаҳкамлик характеристикалари, куйқаланиш, сеймик тезланиш, критик тезланиш, урунма кучланиш, ички ишқаланиш бурчаги, илаиш кучи, динамик босим.

СОДЕРЖАНИЕ

К.С. Султанов, С.И. Умархонов. Численный анализ грунтовых плотин с учетом упруго-пластических свойств грунта при сейсмических воздействиях	3
М.К. Усаров, Ф.А. Усанов, Д.К. Шамсиев. Задачи об изгибных колебаниях пластинчатых сооружений с балочными элементами	9
А.Н.Набиев, А.А.Набиев. Актуальность исследования распространения ударных взрывных волн в грунтах и горных породах при высоких напряжениях	16
Г.У.Исаев, Д.М.Усаров, Ш.И.Аскарходжаев. Расчет напряженно-деформированного состояния ортотропных пластин на упругом основании с использованием бимоментной теории	22
Р.Д.Матчанов, А.И.Юлдашев. Повышение эффективности работы вентиляторного опрыскивателя с двойным соплом	29
А.А.Ризаев, Д.А.Кулдошев, Н.Б. Джураева. О процессе съема хлопка со шпинделей	33
Н.Равшанов, А.Неъматов, Г.Артикбаева, Ш.Исмаилов. Математическое моделирование процесса изменения коэффициента пористости в зависимости от давления в динамически связанных газовых слоях	44
Б.Хужаёров, Т.О.Джиянов, З.З. Эшдавлатов. Аномальный перенос вещества в элементе трещиновато-пористых сред с учетом равновесной адсорбции///	57
А.Х. Закиров. Численный расчет течения газа в цилиндре на основе пакета программ Comsol Multiphysics	63
М.М.Хамдамов. Численное исследование обтекания аэродинамического профиля Bell 540 на основе современных моделей турбулентности	69
У.Х.Ибрагимов, Ж.Р.Кодиров, С.Б.Абдиназаров. Математическое моделирование и численное исследование процесса изменения температуры воздуха в солнечном воздушном коллекторе с конфузным турбулизатором	78
Ш.К.Далиев. Изучение процесса изменения концентрации соли и уровня грунтовых вод	89
З.З. Ширинов. Упрощенный способ расчета современного теплообменника, подключенного к однотрубной сети отопления	100
А.А.Маматкулов, А.А.Кодиров, Н.А.Махмудов, М.Ш.Курбанбаев, К.М. Турсунов. Математическое моделирование уровня прочности и анализ вероятности повреждения элементов конструкций зданий под воздействием случайного взрыва	114
R.H.Rasulov, A.U.Tashxodjayev. On liquefaction of water saturated loess soils at strong seismic influence	120

МУНДАРИЖА

К.С.Султанов, С.И. Умархонов. Сейсмик кучлар таъсирида грунтли тўғонларнинг эластик-пластик хусусиятларини ҳисобга олган ҳолда сонли тахлили	3
М.К.Усаров, Ф.А.Усанов, Д.К. Шамсиев. Балка элементларига эга бўлган пластинасимон иншоотларнинг эгилиш тебранишлари масалалари	9
А.Н.Набиев, А.А. Набиев. Юкори кучланишларда грунт ва тоғ жинсларида зарбали портлаш тўлкинлари таркалишини ўрганишнинг долзарблиги	16
Д.М.Усаров, Ш.И. Аскарходжаев, М.Ш.Курбанбаев. Бимоментли назариядан фойдаланган ҳолда эластик асосдаги ортотроп пластиналарнинг кучланганлик- деформацияланганлик ҳолатини баҳолаш	22
Р.Д.Матчанов, А.И.Юлдашев. Икки соплога эга вентиляторли пуркагичларнинг самарадорлигини оширишнинг технологик методлари	29
А.А.Ризаев, Д.А.Кулдошев, Н.Б. Джураева. Пахтани шпинделлардан ечиш жараёни ҳақида	33
Н.Равшанов, А.Неъматов, Г.Артикбаева, Ш.Исмаилов. Ўзаро динамик боғланган газ қатламларида ғоваклик коэффициентининг босимга боғлиқ равишда ўзгариш жараёнини математик моделлаштириш	44
Б.Хужаёров, Т.О. Джиянов, З.З. Эшдавлатов. Мувозанат адсорбсияни ҳисобга олган ҳолда ёриқ-ғовак мухит элементиди модданинг аномал кўчиши	57
А.Х.Закиров. COMSOL MULTIPHYSICS дастур пакети асосида цилиндрдаги газ оқимини сонли ҳисоблаш	63
М.М.Хамдамов. Замоनावий турбулент моделлари асосида BELL 540 аэродинамик профили атрофидаги оқимни сонли ўрганиш	69
У.Х.Ибрагимов, Ж.Р.Кодиров, С.Б. Абдиназаров. Конфузор турбулизаторли қуёш ҳаво коллекторида ҳаво хароратини ўзгариш жараёнини математик моделлаштириш ва сонли тадқиқот қилиш	78
Ш.К.Далиев. Туз концентрацияси ва ер ости сувлари даражасини ўзгариш жараёнини тадқиқ қилиш	89
З.З.Ширинов. Бир қувурли тармоққа уланган замоनावий иссиқлик алмаштиргични ҳисоблашнинг соддалаштирилган усули	100
А.А.Маматкулов, А.А.Кодиров, Н.А.Махмудов, М.Ш.Курбанбаев, Қ.М. Турсунов. Тасодифий портлаш таъсирида иншоот конструкция элементларининг мустаҳкамлик даражаси ва бузилиш эҳтимолий тахлилини математик моделлаштириш	114
Р.Х.Расулов, А.У.Ташходжаев. Сувга тўйинган лёсс грунтларнинг кучли сейсмик таъсирларда қуйқаланиши	120